أتحقق من فهمي (صفحة 123)

بكم طريقة يمكن تكوين عدد فردي يتألف من 4 أرقام مختلفة باستعمال الأرقام : 1,2,3,4,5 ؟

الحل:

باستعمال مبدأ العد الأساسي : 2×3×4×3=72

اذن ، يمكن تكوين هذا العدد بـ 72 طريقة .

أتحقق من فهمي (صفحة 124)

a) كم كلمة (ليس شرطاً أن يكون لها معنى) يُمكن تكوينها من جميع أحرف كلمة (HOUSE) من دون تكرار أي حرف فيها ؟

5×4×3×2×1=120

b) كم كلمة تتألف من 3 أحرف (ليس شرطاً أن يكون لها معنى) يمكن تكوينها من أحرف كلمة (HOUSE) من دون تكرار أي حرف فيها ؟

5×4×3=60

أتحقق من فهمي (صفحة 126)

a) اشتركت 10 خيول في منافسة لسباق للخيل. بكم طريقة يمكن للخيول إنهاء السباق في المراكز الثلاثة الأولى؟

b) تمكن 4 طلبة من بلوغ المرحلة قبل النهائية لمسابقة الرياضيات الذهنية . بكم طريقة لهؤلاء الطلبة الوقوف متجاورين لالتقاط صورة معاً ؟

الحل:

a) nPr=n!(n-r)!10P3=10!7!=10×9×8×7!7!=720

b) 4P4=4!=4×3×2×1=24

(أتحقق من فهمي (صفحة 128

ألعاب: بكم طريقة يمكن اختيار فريق كرة سلة يضم 5 لاعبين من بين 8 لاعبين؟

الحل:

8C5= 8P55!= 8!5!(8 - 5)!=8×7×6×5!5!(3)!=56

(أتحقق من فهمي (صفحة 130

a) رتبت البطاقات الآتية عشوائياً في صف واحد . ما احتمال أن يكون حرف السين وحرف الميم في الترتيب المختار متجاورين؟

ن	و	ر	ف	ا	س	م

b) صندوق فيه 16 كرة متماثلة ، كل منها حمل عدداً من بين الأعداد 1 الى 16 ، إذا سحبت كرتان معاً بصورة عشوائية ، فما احتمال أن تحمل الكرتان المسحوبتان عددين زوجيين؟

الحل:

a) P(A)=n(A)n(Ω)=5×5×4×3×2×1×27!=521

b) P(A)=8!2! 6!16!2! 14!=730

أتحقق من فهمي (صفحة 132)

يراد تشكيل فريق عمل مكون من 7 موظفين في إحدى الشركات يختارون عشوائياً من بين 9 مبرمجين و 5 محاسبين :

1) ما احتمال أن يتألف الفريق من 4 مبرمجين و 3 محاسبين ؟

2) ما احتمال أن يضم الفريق 4 مبرمجين ، و 3 محاسبين من بينهم رئيس الفريق ونائبه.

الحل:

1) $n(A)=C49\times C35$

$P(A)=9!4!\ 5!\times 5!3!\ 2!14!7!\ 7!\approx 0.37$

2) $P(A)=P29\times C17\times C45C714\approx 0.73$

أتدرَّب وأحُلُّ المسائل (صفحة 132)

أجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:

1) $8!$ **2)** $9!-2\times 7!$

3) $6!2!\ 3!$

4) $P36 + P47P35$ **5)** $C38 + C611$

6) $C412 + C610C26$

الحل:

1) $8!=40320$ **2)** $9!-2\times 7!=352800$

3) $6!2!\ 3!=60$

4) $96060=16$ **5)** 25872

6) 47

7) بكم طريقةً مختلفةً يُمكِن لشخص اختيار وجبة غداء تحوي: طعام طبقًا رئيسًا واحدًا، وطبق حساء، وطبق سَلطة، من قائمة الطعام المجاورة؟

الجواب:
36

كم عددًا مُؤلَّفًا من 4 أرقام يُمكِن تكوينه باستعمال الأرقام: 1 , 2 , 3 , 5:

8) إذا سُمِح بالتكرار؟

9) إذا لم يُسمَح بالتكرار؟

الحل:

8) 4×4×4×4=256

9) 4×3×2×1=24

---

10) كم عددًا يحوي 6 أرقام مختلفة، ويقبل القسمة على 5، يُمكِن تكوينه باستعمال الأرقام: 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5؟

إرشاد: يقبل العدد القسمة على 5 إذا كانت آحاده 0 أو 5.

الجواب:

2×4×4!=192

---

11) كم عددًا زوجيًّا أقل من 900 يُمكِن تكوينه باستعمال الأرقام: 9 , 8 , 7 , 6 , 5؛ شرط عدم استعمال الرقم أكثر من مرَّة واحدة في أيِّ عدد؟

الجواب:

28

هدايا: لدى هالة 6 أقراص مُدمَجة تحوي موضوعات تعليمية مُتنوِّعة، و 4 أقراص أُخرى تحوي مقاطع رياضية مُتعدِّدة. ترغب هالة في إهداء 4 من هذه الأقراص إلى صديقتها ردينة:

12) ما عدد طرائق اختيار الهدية؟

13) ما عدد طرائق اختيار الهدية إذا ضمّنتها هالة قرصًا واحدًا على الأقل من كل نوع؟

الجواب:

12) C410=210

13) C16×C34+C26×C24+C36×C14=194

في كلٍّ ممّا يأتي أجد قيمة n:

14) n!=720 **15) P2n = 42**

16) P3n=10× P2n

17) C3n=26n **18) C5n = C7n**

19) C3n – C3(n-2) = 64

الحل:

14) 6

15) $n!(n-2)!=42 \rightarrow n(n*1)=42 \rightarrow n=7$

16) $n!(n-3)!=10\times n!(n-2)!$

$n(n-1)(n-2)=10n(n-1) \rightarrow n=12$

17) $n!(n-3)!3!=26n \rightarrow n(n-1)(n-2)6=26n \rightarrow n=14$

18) $n!(n-5)!5!=n!(n-7)!7! \rightarrow (n-5)(n-6)=42 \rightarrow n=12$

19) $n!(n-3)!3!-(n-2)!(n-5)!3!=64 \rightarrow n=10$

---

20) رياضة: يدير أحد الاتحادات الرياضية مجلسًا مُكوَّنًا من 14 سيدة و 10 رجال. قرَّر الاتحاد اختيار لجنة مُصغَّرة من المجلس تضمُّ 4 أعضاء بصورة عشوائية، ويُنتخَب منها رئيس للجنة، وأمين للسر، وأمينان للصندوق. ما احتمال أنْ تتألَّف اللجنة من 3 سيدات تتولّى إحداهن رئاسة اللجنة، ورجل واحد هو أمين سر اللجنة؟

الحل:

$P224\times C222=127512 P114\times P110\times P213=21840 P(A)=21840127512\approx 0.17$

---

21) زراعة: يضمُّ قسم التطوير في إحدى الشركات الزراعية 7 مهندسين زراعيين، منهم رنا وأحمد. ما احتمال اختيار رنا وأحمد لحضور ندوة عن المُنتَجات المُعالَجة وراثيًّا إذا كانت عملية الاختيار عشوائية؟

الحل:

$C27=21 \rightarrow P(A)=121$

عائلة تضمُّ 6 أولاد و 3 بنات. أرادت الأم اختيار 4 منهم لإعداد وجبة العشاء:

22) ما احتمال اختيار اثنين من الأولاد، واثنتين من البنات لإعداد

وجبة العشاء؟

23) ما احتمال اختيار ولد لإعداد الشاي، وولد لطهي الطعام، وبنتين لتجهيز المائدة؟

الحل:

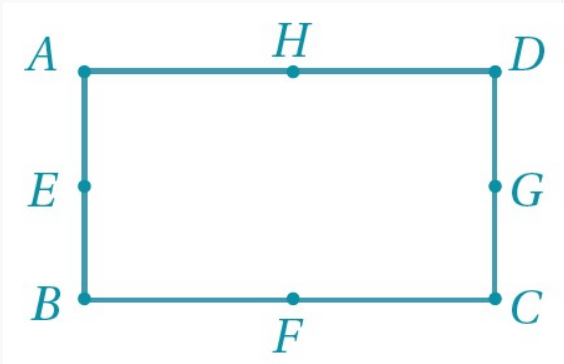
22) $C26 \times C23 = 45$, $C49 = 126$

$P(A) = 45126 \approx 0.36$

23) $P26 \times C23 = 90$

---

24) هندسة: إذا اختيرت 3 نقاط عشوائيًّا من بين النقاط: A, B, C, D, E, F, G, H في الشكل المجاور، فما احتمال أنْ تكون هذه النقاط على استقامة واحدة؟



الحل:

C38=56

P(A)=456

مهارات التفكير العليا

25) تبرير: متى يكون $Crn = Prn$ ؟ أُبرِّر إجابتي.

الحل:

$n!(n-r)!r! = n!(n-r)! \rightarrow r! = 1 \rightarrow r = 0 \text{ or } r = 1$

---

26) مسألة مفتوحة: أكتب مسألة تتضمَّن حادثًا احتماله 1C310.

اجابة محتملة:

يراد اختيار لجنة ثلاثية من بين 10 موظفين في شركة منهم سعيد و أمين وصادق ، ما احتمال ان تتكون اللجنة من هؤلاء الزملاء الثلاثة الاجابة : ؟ 1C310

---

27) تبرير: بلال وصالح لاعبان في فريق كرة القدم للصف الحادي عشر الذي يضم 14 لاعبًا. أراد معلِّم التربية الرياضية أنْ يُوزِّع عشوائيًّا على كل لاعب قميصًا رياضيًّا من القمصان المُرقَّمة من 1 إلى 14 . ما احتمال حصول صالح على القميص رقم 9، وحصول بلال على القميص رقم 10 ؟ أبرر إجابتي.

الحل:

أحتمال حصول صالح على القميص رقم 9 :

$P(A)=12P2/14P2=66/91$

أحتمال حصول بلال على القميص رقم 10 :

$P(A)=12P2/14P2=132/182=66/91$

الترتيب مهم ، ويجب استعمال التباديل.

أسئلة كتاب التمارين

أجد قيمة كلٍ ممّا يأتي:

1) 8!4! **2) P37** **3) C37**

4) C09 **5) P55**

6) 6! × C24C310

الجواب:

1) 1680 **2) 210** **3) 35**

4) 1 **5) 120**

6) 6! ×C24C310=36

---

7) لدى أحمد 3 أزواج مختلفة من الأحذية، و 4 بناطيل مختلفة، و 4 قمصان مختلفة، و 3 ربطات عنق مختلفة. بكم طريقةً مختلفة يُمكِن أنْ يظهر أحمد مُرتدِيًا زوجًا من الأحذية، وبنطالًا، وقميصًا، مع ربطة عنق، أو من دونها؟

الجواب:

192

---

8) اجتمع في قاعة 20 شخصًا، ثم بادر كلٌّ منهم إلى مصافحة جميع الأشخاص الآخرين الموجودين في القاعة. كم مصافحةً شهدتها هذه القاعة؟

الجواب:

$C_{20}^{2}=190$

---

9) في متحف 20 لوحة فنية، منها 8 لوحات لفنّان واحد، والبقية لفنّانين آخرين. إذا اختار المسؤول عن المتحف 4 لوحات عشوائيًّا لعرضها في أحد المعارض، فما عدد طرائق اختيار اللوحات الأربع إذا كان بينها لوحتان على الأكثر من لوحات الفنّان صاحب اللوحات الثماني؟

الجواب:

$C_{8}^{2}\times C_{12}^{2}+C_{8}^{1}\times C_{12}^{3}+C_{12}^{4}=4103$

---

10) سباق: 400 m شارك كلٌّ من أحمد، وسلمان، وزياد في سباق مع 7 متسابقين آخرين. ما احتمال أنْ يفوز هؤلاء الثلاثة بالمراكز الثلاثة الأولى من السباق؟

الجواب:

$$\mathbf{C_{3}^{7}\times C_{5}^{12}+C_{4}^{7}\times C_{4}^{12}+C_{5}^{7}\times C_{3}^{12}=49665}$$

---

11) نظر محمد في برنامج توزيع الدروس ليوم الخميس، فوجده يحوي 6 حصص للمباحث الآتية: الرياضيات، واللغة العربية، والفيزياء، واللغة الإنجليزية، والتربية الإسلامية، والكيمياء. إذا حُدِّد ترتيب هذه الحصص في البرنامج عشوائيًّا، فما احتمال أنْ تكون الحصتان الأُوليان هما الفيزياء واللغة الإنجليزية بأيِّ ترتيب مُمكِن؟

الجواب:

$P(A)=7168$

رتَّب فؤاد 4 كؤوس مختلفة ودرعين مختلفتين عشوائيًّا في صف واحد ضمن خزانة عرض. أجد احتمال كلٍّ ممّا يأتي:

12) أنْ تكون الكؤوس الأربع متجاورة.

13) أنْ يكون الدرعان في وسط الصف.

الجواب:

12) $P(A)=144720=0.2$

13) $P(A)=240720\approx0.3$