أتحقق من فهمي صفحة 87:

جد المشتقة الثانية لكل اقتران مما يأتي:

b) f(x)=2x3 **a) f(x)=x4-3x2**

الحل:

a) f(x)=x4-3x2

f'(x)=4x2-6xf''(x)=8x-6

b) f(x)=2x-3

f'(x)=-6x-4f''(x)=24x-5=24x5

أتحقق من فهمي صفحة 89

إذا كان: f(x)=x3-2x2-4x+5 ، فأستعمل اختبار المشتقة الثانية لإيجاد القيم القصوى المحلية للاقتران f .

الحل:

f'(x)=3x2-4x-4=0(3x+2)(x-2)=0 x=-23 , x=2 القيم الحرجة

f''(x)=6x-4f''(-23)=6(-23)-4=-8<0f''(2)=12-4=8>0

نلاحظ ان f''(-23)<0 أذن توجد قيمة عظمى محلية عندما x=-23 وهي: f(-23)=17527

نلاحظ ان f''(2)>0 أذن توجد قيمة صغرى محلية عندما x=2 وهي: f(2)=-3

أتحقق من فهمي صفحة 90

أمثّل كلًّا من الاقترانات الآتية بيانيًّا:

a) h(x)=x4-83x3

b) f(x)=x3-3x2-9x+4

الحل:

a) h'(x)=4x3-8x2=0

4x2(x-2)=0

x=0 , x=2

- عندما x=0 ، فأن f(0)=0

- عندما x=2 ، فأن f(2)=-163

إذن النقاط الحرجة هي: (0,0) و (2,-163)

h''(x)=12x2-16x→h''(0)=0

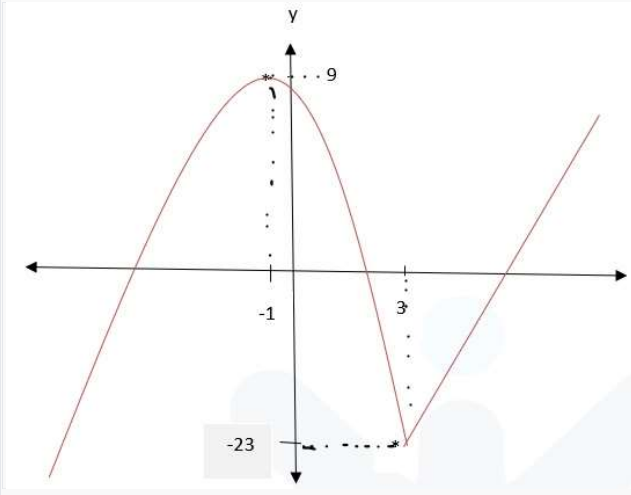
بما أن h''(0)=0 فأنه لا يمكن تحديد نوع النقطة الحرجة باستعمال المشتقة الثانية لذا نلجأ الى دراسة المشتقة الاولى حول النقطة لتحديد نوعها .

اذن : (0,0) نقطة انعطاف أفقي

→h''(2)=12(4)-16(2)=48-32=16>0

- نقطة صغرى محلية: (2,-163)

b)



f'(x)=3x2-6x-93(x2-2x-3)=0(x+1)(x-3)=0x=-1,x=3

x=-1 ,f(-1)=9→(-1,9) نقطة حرجةx=3 ,f(3)=-23→(3,-23) نقطة حرجةf''(x)=6x-6→f''(-1)=-6-6=-12<0(-1,9) عظمىf''(3)=18-6=12>0(3,-23) صغرى

أتحقق من فهمي صفحة 92

موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم ، يمثل الاقتران: s(t)=3t2-t3 , t≥0
حيث s و الموقع بالأمتار ، و t الزمن بالثواني :

1) ما سرعة الجسم عندما t=3 ؟

2) في أي اتجاه يتحرك الجسم عندما t=3 ؟

3) ما تسارع الجسم عندما t=3 ؟

4) جد قيم t التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي .

الحل:

1) s(t)=3t2-t3 , t≥0

v(t)=s'(t)=6t-3t2v(3)=18-27=-9

اذن ، سرعة الجسم عندما t=3 هي: -9m/s

2) بما أن اشارة السرعة سالبة عندما t=3 فإنّ الجسم يتحرك في الاتجاه السالب عند تلك اللحظة.

3) a(t)=s''(t)=6-6ta(3)=6-18=-12

اذن ، تسارع الجسم عندما t=3 هو: -12m/s2

4) 6t-3t2=03t(2-t)=0t=0,t=2

يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما t=0 , t=2

أتحقق من فهمي صفحة 94

يمكن نمذجة موقع فهد يطارد فريسته على أرض مستوية متحركاً في خط مستقيم باستعمال الاقتران: s(t)=t3-6t2+9t ، حيث t الزمن بالثواني ، و s الموقع بالأمتار

1) ما سرعة الفهد بعد 3 ثوان من بدء حركته؟

2) ما تسارع الفهد بعد 3 ثوان من بدء حركته؟

3) جد قيم t التي يكون عندها الفهد في حالة سكون لحظي؟

الحل:

1) s(t)=t3-6t2+9t , t≥0

v(t)=s'(t)=3t2-12tv(3)=27-36=-9

إذن، سرعة الفهد بعد 3 ثوان من بدء حركته هي : -9m/s

2) a(t)=s''(t)=6t-12

a(3)=18-12=6

إذن، تسارع الفهد بعد 3 ثوان هو : 6m/s2

3) 3t2-12t=0

3t(t-4)=0t=0 , t=4

يكون الفهد في حالة سكون لحظي عندما t=0 , t=4

أتدرّب وأحلّ المسائل صفحة 94

أجد المشتقّة الثانية لكل اقتران ممّا يأتي:

1) f(x)=3x3-4x2+5x

2) f(x)=2x-3

3) f(x)=x3-5x

4) f(x)=x=(x)12

5) f(x)=2-4x+x2-x3

الحل:

1) f'(x)=6x2-8x+5f''(x)=12x-8

2) f'(x)=-6x-4f''(x)=24x-5

3) f'(x)=3x2+5x2

f''(x)=6x-5(2x)x4=6x-10x3

4) f'(x)=12x-12

f''(x)=-14x-32=-14x3

5) f'(x)=-4+2x-3x2f''(x)=2-6x

أجد المشتقّة الثانية لكل اقتران ممّا يأتي عند قيمة x المعطاة:

6) f(x)=8x3-3x+4x , x=-2

7) f(x)=x3 , x=4

الحل:

6) f'(x)=24x2-3-4x2
f''(x)=48x+8x3f''(-2)=48(-2)+8-8 =-96-1=-97

7) f(x)=x32
f'(x)=32x12f''(x)=34x-12f''(4)=344=38

أستعمل اختبار المشتقّة الثانية لإيجاد القِيَم القصوى المحلية (إنْ وُجِدت) لكل اقتران ممّا يأتي:

8) y=x4-2x2
9) f(x)=3x4-8x3+6x2
10) y=x2(x-4)
11) f(x)=x5-5x3

الحل:

8) y'=4x3-4x=0
4x(x2-1)=0x=0 , x=1 , x=-1
القيم الحرجة للاقتران هي: **x=0,x=1,x=-1** اذن ، y
y''=12x2-4y''(0)=-4<0y''(1)=8>0y''(-1)=8>0

نلاحظ أن:

y''(0)<0 عندما توجد قيمة عظمى محلية ، أذن x=0 وهي
: y(0)=0
y''(1)>0 عندما توجد قيمة صغرى محلية ، أذن x=1 وهي
: y(1)=-1
y''(-1)>0 عندما توجد قيمة صغرى محلية ، أذن x=-1 وهي
: y(-1)=-1

---

9) f'(x)=12x3-24x2+12x=0
12x(x2-2x+1)=012x(x-1)2=0x=0,x=1
- القيم الحرجة للاقتران : x=0,x=1 اذن ، y هي
f''(x)=36x2-48x+12f''(0)=12>0f''(1)=0

نلاحظ أن:

أذن ، توجد قيمة صغرى محلية f''(0)>0
عندما x=0 وهي: f(0)=0
أذن ، يفشل الاختبار f''(1)=0

---

10) y=x3-4x2
y'=3x2-8x=x(3x-8)=0
x=0 , x=83
النقاط الحرجة: (0,0) , (83,-9.48)
y''=6x-8
يوجد قيمة عظمى محلية: y''(0)=-8<0
يوجد قيمة صغرى محلية: y''(83)=16>0

---

11) f'(x)=5x4-15x2
=5x2(x2-3)=0x=0,x=±3
النقاط الحرجة: (0,0) , (3,-10.4) , (-3,10.4)
يفشل الاختبار f''(x)=20x3-30xf''(0)=0
يوجد قيمة صغرى محلية عند: y''(3)≈8>0
يوجد قيمة عظمى محلية عند: y''(-3)≈-8<0
نقطة انعطاف أفقي عند (0 , 0).

أُمثّل كلًّا من الاقترانات الآتية بيانيًّا:

12) f(x)=x3-3x2-9x+15

13) y=x2-12x-20

14) f(x)=x3-6x2-180x

15) y=2x4-15x2+12

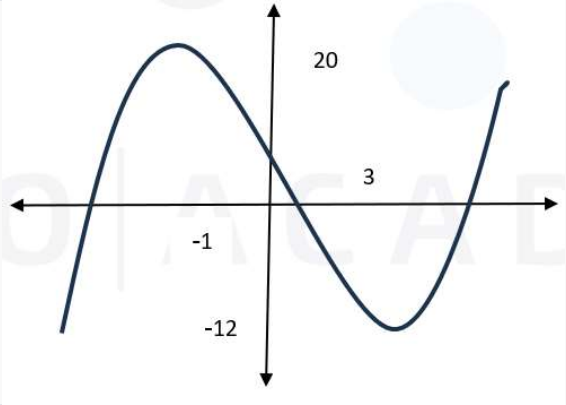
الحل:

12) f'(x)=3x2-6x-9

3(x2-2x-3)=3(x-3)(x+1)=0x=3,x=-1f(3)=-12 , f(-1)=20

صغرى محلية: (3,-12)

عظمى محلية: (-1,20)

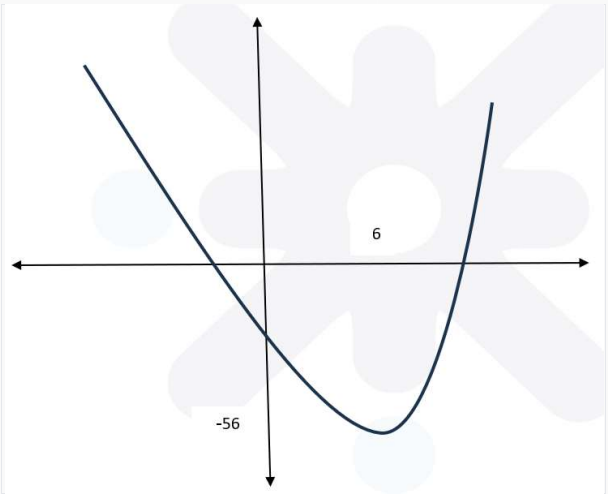


13) y'=2x-12=0
x=6

النقطة الحرجة: (6,-56)

يوجد قيمة صغرى محلية

عند: (6,-56)

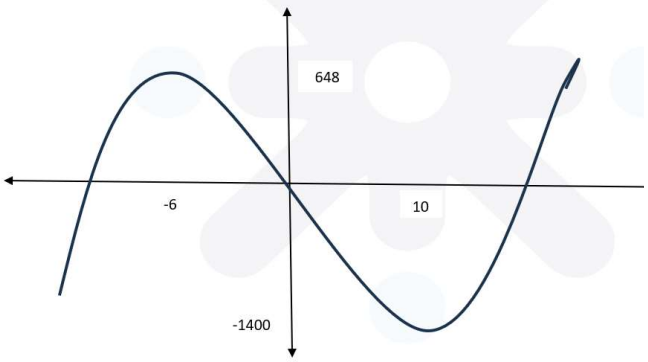


14) f'(x)=3x2-12x-180=3(x2-4x-60)=0
(x-10)(x+6)=0x=10 , x=-6

صغرى محلية: f(10)=-1400→(10,-1400)

عظمى محلية: f(-6)=648→(-6,648)

f(0)=0→(0,0)



15) y'=8x3-30x=0
2x(4x2-15)=0
x=0 , x=152 , x=-152
y(0)=12y(152)=-1298y(-152)=-1298
يوجد قيمة عظمى محلية: **y''(0)=-30<0**
يوجد قيمة صغرى محلية: y''(152)=60>0
يوجد قيمة صغرى محلية: y''(-152)=60>0

موقع جسم يتحرَّك $t\geq 0$, $s(t)=t5 - 20t2$:يُمثِّل الاقتران
الزمن بالثواني t الموقع بالأمتار، و s على خط مستقيم، حيث:
16) ما سرعة الجسم عندما t=3 ؟
17) في أيِّ اتجاه يتحرَّك الجسم عندما t=3 ؟
18) ما تسارع الجسم عندما t=3 ؟
19) أجد قِيَم t التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي ؟

الحل:
16) v(t)=s'(t)=5t4-40tv(3)=5(81)-40(3)=285
اذن ، سرعة الجسم عندما t=3 هي : 285m/s

---

17) بما أن v(t)>0 يكون الاتجاه الموجب.

---

18) a(t)=s''(t)=20t3-40a(3)=20(27)-40=500

اذن ، تسارع الجسم عندما t=3 هي : 500m/s2

---

19) 5t4-40t=05t(t3-8)=0t=0 ، t=2

يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما t=0 , t=2

لوح تزلُّج: يتحرَّك رامي في مسار مستقيم على لوح تزلُّج، بحيث يُمكِن نمذجة موقعه

الزمن بالثواني، و t ، حيث s(t)=t2-8t+12 باستعمال الاقتران: الموقع بالأمتار s:

20) ما سرعة رامي بعد 6 ثوانٍ من بَدْء حركته؟

21) ما تسارع رامي بعد 6 ثوانٍ من بَدْء حركته؟

22) أجد قِيَم t التي يكون عندها رامي في حالة سكون لحظي.

الحل:

20) v(t)=s'(t)=2t-8v(6)=2(6)-8=4

اذن، سرعة رامي بعد 6 ثوان هي: 4m/s

---

21) a(t)=s''(t)=2a(6)=2

اذن ، تسارع رامي بعد 6 ثوان هي: 2m/s2

---

22) 2t-8=0 → 2t=8 → t=4

يكون رامي في حالة سكون لحظي عندما t=4

مهارات التفكير العليا

؛ فأُجيب عما يأتي، مع تبرير إذا كان الاقتران y=x(6-x2) :تبرير

الإجابة:

23) أُمثّل منحنى كلّ من

على المستوى الإحداثي y , dydx , d2ydx2 :الاقترانات

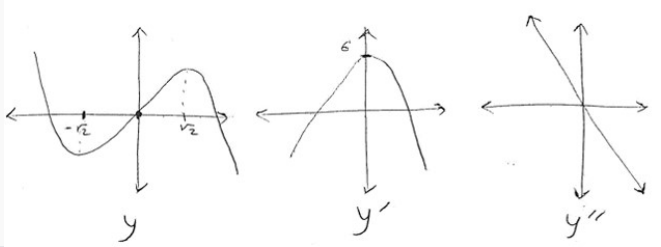
نفسه.

24) أصف العلاقة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة، مع توظيف مفهوم المشتقّة.

الحل:

23) y=6x-x3

dydx=6-3x2=0⟹x=±2d2ydx2=-6x=0⟹x=0



---

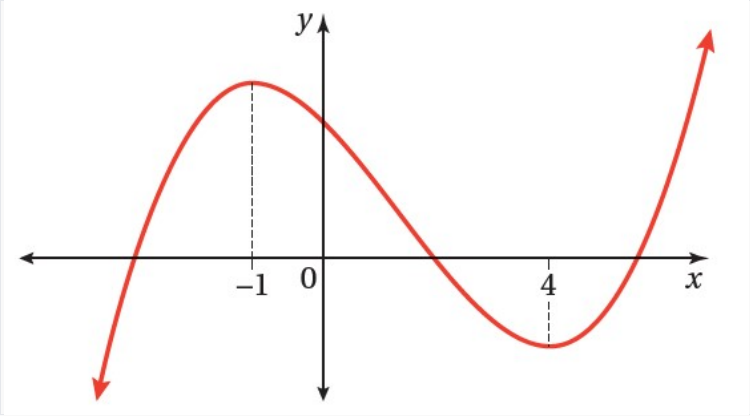
24) هي dydx واصفار y تدل على تزايد وتناقص dydx اشارة y قيم حرجة لـ

تدل على تزايد d2ydx2 اشارة

y هي قيم حرجة لـ d2ydx2 واصفار dydx وتناقص

---

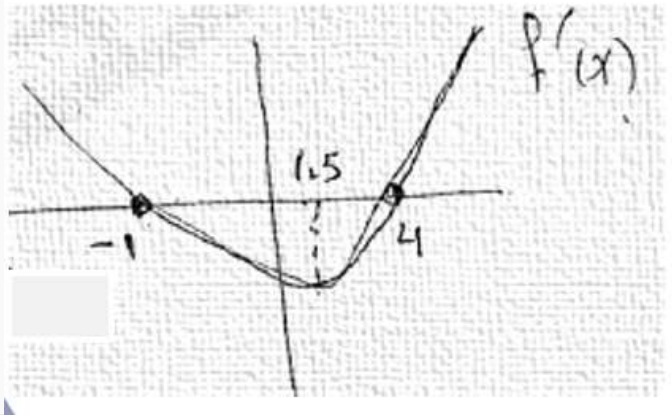
25) أُمثّل بيانيًّا f(x). يُمثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران :تحدّ منحنى الاقتران f'(x).



الحل:

من الرسم الاحظ أن -:

f(x) متزايد في (-∞,-1) وكذلك: (4,∞)
f(x) متناقص في (-1,4)
وبالتالي فإنّ: f'(x)>0 في الفترتين: (-∞,-1) و (4,∞)
وأنّ: f'(x)=0 عند x=-1 , 4، و f'(x)<0 في الفترة: (-1,4)
f'(x)=(x+1)(x-4) =x2-3x-4a=1,b=-3,c=-4-b2a=32=1.5



---

26) تحدٍ: إذا مثَّل الاقتران: $s(t)=t3-12t-9$, $t \geq 0$ موقع الموقع s جسم يتحرَّك في مسار مستقيم، حيث الزمن بالثواني، فما سرعة الجسم عندما يكون تسارعه t بالأمتار، و صفرًا؟

الحل:

v(t)=s'(t)=3t2-
12a(t)=0 معطى a(t)=s''(t)=6t6t=0 t=0v(0)=3(0)-
12=-12
اذن سرعة الجسم عندما يكون تسارعه صفراً هو: -12m/s

---

27) تحدٍ: إذا مثَّل الاقتران: $s(t)=2t3-24t-10$, $t\geq0$ الموقع s موقع جسم يتحرَّك في مسار مستقيم، حيث الزمن بالثواني، فما تسارع الجسم عندما تكون سرعته t بالأمتار، و صفرًا؟

الحل:

v(t)=0 معطى v(t)=s'(t)=6t2-24=06(t2-4)=0t=±2a(t)=12ta(2)=24a(-2)=-24