أتحقق من فهمي (صفحة 68) :

باستعمال التعريف العام للمشتقة f(x)=4x2+1 أجد مشتقة الاقتران عندما x=-1.

الحل:

f'(x)=limh→0f(x+h)-f(x)hf'(-1)=limh→0f(-1+h)-f(-1)h=limh→04(h-1)2+1-(5)h=limh→04h2-8h+4-4h=limh→0h(4h-8)h=-8

أتحقق من فهمي (صفحة 68) :

باستعمال التعريف العام للمشتقة y=8-x2 أجد مشتقة الاقتران:

الحل:

dydx=limh→0f(x+h)-f(x)h=limh→08-(x+h)2-8+x2h=limh→08-x2-2xh-h2-8+x2h=limh→0-2xh-h2h=limh→0h(-2x-h)h=limh→0(-2x-h)=-2x⇒dydx=-2x

---

أتحقق من فهمي (صفحة 69) :

جد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) y=x-11 2) y=1x5

3) y=x5 3

الإجابة:

1) dydx=-11x-12=-11x12

2) dydx=-5x-6=-5x6

3) y=x5 3 ⇒ y=x53

dydx=53x23=53x23

---

70) أتحقق من فهمي صفحة):

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي :

1) y=x+4x2 2) y=x5-8x64x

الإجابة:

1) y=x12+4x-2

dydx=12x-12-8x-3=12x-8x3
2) y=14x4-2x5
dydx=x3-10x4

---

72) أتحقق من فهمي صفحة):

، فأستعمل المشتقة لإيجاد معادلة y=8x-1x اذا كان الاقتران
المماس ومعادلة العمودي على المماس عن النقطة (0.25,-2) .

الإجابة:

y=8x-1x , (0.25,-2)
dydx=8+1x2
m=dydx|x=0.25=8+1(0.25)2=24
y-y1=m(x-x1)
y+2=24(x-0.25)
y+2=24x-6
y=24x-8 معادلة المماس
- ميل العمودي على المماس: -124
y-y1=-1m(x-x1)
y+2=-124(x-0.24)
y+2=-124x+196⇒y=-124x-9196

---

74) أتحقق من فهمي صفحة):

a) جد أحداثيي النقطة الواقعة على منحنى الاقتران: f(x)=1-x ،
التي يكون عندها ميل المماس -14
b) جد إحداثيي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى
الاقتران: f(x)=-x3+3x2-2 التي يكون عندها المماس أفقياً .

الإجابة:

a) f(x)=1-x

- لنقطة التماس x نجد الاحداثي .

f(x)=1-x12

f'(x)=-12x-12-12x=-14-4=-2x2x=4 → x=4

- لنقطة التماس y نجد الاحداثي .f(4)=1-4=-1

- اذن احداثي نقطة التماس هو: (4,-1)

b) f'(x)=-2x2+6x=0-2x(x-3)=0x=0,x=3

f(0)=-2f(3)=-27+27-2=-2

- اذن احداثي نقطة التماس التي يكون عندهما المماس افقياً هو: (0,-2)،(3,-2)

---

74) أتدرب وأحل المسائل صفحة):

المعطاة إزاء كلِّ x أجد مشتقّة كلٍّ من الاقترانات الآتية عند قيمة منها باستعمال التعريف العام للمشتقّة:

1) f(x)=4x2,x=1 **2) f(x)=1-x2,x=-2**

3) f(x)=x2+x,x=2 **4) f(x)=x2-2x+3,x=-1**

الحل:

1) f'(x)=limh→0f(x+h)-f(x)hf'(1)=limh→0f(1+h)-f(1)h=limh→04(1+h)2+-(4)2h=limh→04+8h+h2-4h=limh→0h(8+h)h=8

2) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $f'(-2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-4(-2+h)^2+3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-(4-8h+h^2)+3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-4+8h-h^2+3}{h}=\lim_{h\to 0}(4-h)=4$

3) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^2+(2+h)-6}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{4+4h+h^2+2+h-6}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{5h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(5+h)=5$

4) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ $f'(-1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(-1+h)^2-2(-1+h)+3-6}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-2h+h^2+2-2h-3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-4h+h^2}{h}=\lim_{h\to 0}(-4+h)=-4$

أجد مشتقّة كلٍّ من الاقترانات الآتية باستعمال التعريف العامّ للمشتقّة:

5) $f(x)=4x+1$ 6) $y=1-x$ 7) $f(x)=12x^2-1$ 8) $y=2x+46$

الحل:

6) $\frac{dy}{dx}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-(x+h)-1+x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-x-h-1+x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(-h}{h})=-1$

7) $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)2-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{12(x+h)2-1-12x2+1}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{12x2+xh+12h2-12x2}{h}=\lim_{h\to 0}(h(x+12h)h)=x$

8) $\frac{dy}{dx}=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2x+2h+46-2x+46}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2x+2h+4-2x-46}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(2h}{6h)}=\frac{2h}{6h}=13$

أجد مشتقّة كلّ اقتران ممّا يأتي:

9) $y=10x-6x$ 10) $y=x8-x-8$

11) $y=9x-2+3x$

12) $y=1+xx$ 13) $y=6x3+2x2-3$

14) $y=20x5+3x3+17$

الحل:

12) $y=1x+xx=x-1+x-12$ $\frac{dy}{dx}=-1x2-12x3$

9) $y=10x-6x=10x-6x-12$ $\frac{dy}{dx}=10+3x-32=10+3x3$

13) $y=6x3+2x2-3=6x-3+2x-2-3$ $\frac{dy}{dx}=-18x-4-4x-3=-18x4-4x3$

10) $\frac{dy}{dx}=8x7+8x-9$

14) $y=20x5+3x3+17$ $\frac{dy}{dx}=100x4+x-23=100x4+1x23$

11) $\frac{dy}{dx}=-18x-3+32x-12$

إذا كان الاقتران $y = x2 - x$ ؛ فأستعمل المشتقّة لإيجاد كلّ ممّا يأتي:

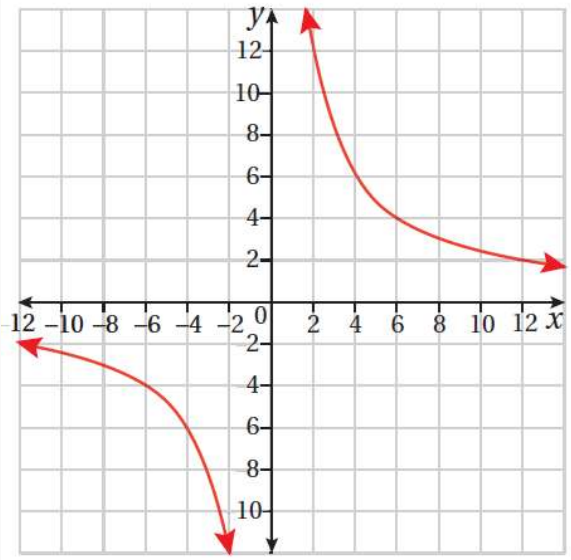
15) معادلة المماس عندما $x = 4$

16) معادلة العمودي على المماس عندما $x = 4$

الحل:

15) dydx|x=4=2x-1m=2(4)-1=7y=16-4=12(4,12)y-12=7(x-4)y-12=7x-28y=7x-16

16) mالعمودي=-17y-12=-17(x-4)y=-17x+887



يُمثّل الشكل المجاور منحنى الاقتران $f(x)=24x\ ,\ x \neq 0$

17) أجد $f'(x)$

18) أُبيّن أنّ ميل المماس سالب دائمًا عند أيّ نقطة.

19) أجد معادلة العمودي على المماس عندما $y=-6$

الحل:

17) f'(x)=-24x2

18) اشارة f'(x) هي سالبة لكل قيم x حيث ، x≠0 اذاً ميل المماس دائماً سالب

19) y=24x → 6x=24 → x=4

f'(4)=-24(4)2m=-2416=-32mالعمودي=23y-6=23 (x-4)y=23x-243

---

20) أجد إحداثيي النقطة الواقعة على منحنى f(x) = x2 - x -12 :الاقتران، التي يكون عندها ميل المماس 3، ثم
أكتب معادلة هذا المماس.

الحل:
f'(x)=2x-1m=f'(x)=32x-1=3x=2y=f(2)=4-2-12=-10(2,-10) النقطة
- اذن معادلة المماس :
y+10=3(x-2)y=3x-16

---

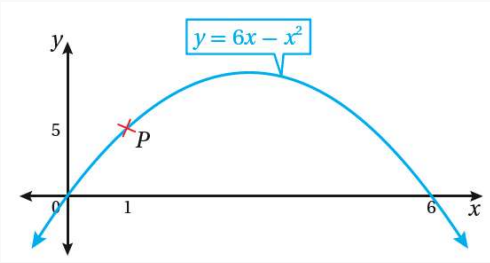
21) أجد إحداثيي النقطة (النقاط) الواقعة على منحنى f(x)=x3-4x2-4 :الاقتران، التي يكون عندها المماس أفقيًّا.

الحل:
f'(x)=3x2-8x=0x(3x-8)=0x=0 , x=83y=f(0)=0-0-4=-4y=f(83)=51227-4(649)-4 =51227-(2569)-4 =51227-(76827)-10827=-36427
احداثيات النقاط ((83,(-36427)،(0,-4)

22) أجد إحداثيي النقطة الواقعة على منحنى الاقتران: f(x)=5x2-49x+12 1، التي يكون عندها ميل المماس

الحل:
m=f'(x)=1
f'(x)=10x-49=1
10x=50 → x=5

y=f(5)=5(100)-49(5)+12 =500-245+12=267
احداثيات النقطة التي يكون عندها ميل المماس 1 هي : (5,267)



يُبيّن الشكل المجاور منحنى الاقتران: $y=6x-x2$

23) أجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة P

24) أجد معادلة العمودي على المماس لمنحنى الاقتران عند النقطة P

الحل:

23) $m=dydx|x=1=6-2x=6-2(1)=4$

$y-5=4(x-1)y-5=4x-4y=4x+1$

24) $m_{العمودي}=-14$

$y-5=-14(x-1)y-5=-1\ 4x+14y=-14\ x+214$

مهارات التفكير العليا

تبرير: إذا كان: $f(x)=6-x2$ ممّا يأتي، فأجد كُلًّا ممّا يأتي:

25) معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند كلٍّ من النقطة $(-5,1)$ والنقطة $(5,1)$، أبرّر إجابتي.

26) أبرّر إجابتي، أجد نقطة تقاطع المماسين من الفرع السابق.

الحل:

25) أولا: عند النقطة: $(-1,5)$

$m=f'(x)=-2xm=-2(-1)=2y-5=2(x+1)y-5=2x+2y=2x+7$

ثانيا: عند النقطة: $(1,5)$

$m=f'(x)=-2xm=-2(1)=-2y-5=-2(x-1)y-5=-2x+2y=-2x+7$

تبريرٌ: إذا كان الاقتران y=x2+4x ؛ فأُجيب عن السؤالين الآتيين تباعًا:

27) أُثبت أنّ معادلة المماس عند النقطة x=k هي y-(2k+4)x + k2=0

الحل:

m=f'(x)=2x+4m=f'(k)=2k+4y=f(k)=k2+4ky-(k2+4k)=2k+4(x-k)y-k2-4k=2xk+4x-2k2-4ky-k2-4k-2xk-4x+2k2+4k=0y-(2k+4)x+k2=0

---

28) أجد قيمة k التي تكون عندها معادلة العمودي على المماس هي: 4y+ x=0

الحل:

4y=-x → y=-14x

وعندها يكون ميل المماس هو 4 14- ميل العمودي هو

التي تجعل المشتقة تساوي 4 k أي ان قيمة

dydx=2x → 2k=4 → k=2

---

29) تحدّ: إذا كان: f(x)=100x وكانت P ، نقطة تقع على منحنى f(x) إحداثياها (a,100a) ؛ ؛ فأجد مساحة المثلّث المكوّن من مماس منحنى f(x) عند النقطة P والمحورين الإحداثيّين.

الحل:

f(x)=100x , (a,100/a)

f'(x)=-100x2f'(a)=-100a2y-100a=-100a2(x-a)

للمماس y والمقطع x المقطع -:

x=0 → y-100a=-100a2(-a)=y=100a+100ay=200a

y=0→-100a=-100a2(x-a)-100a=-100a2x+100a-100a2x=-200ax=200a100a2=200a2100a=2a

$$A=12\times 2a\times 200a=200$$