حلول أسئلة درس المتتاليات والمتسلسلات

أتحقق من فهمي صفحة 33

أكتب كل متسلسلة ممّا يأتي باستعمال رمز المجموع:

a) 7+10+13+16+…+25

b) 1-2+3-4+…

الحل:

a) $7+10+13+16+\cdots..+25=\sum k=17(3k+4)$

b) $1-2+3-4+\cdots\ldots=\sum k=1\infty k(-1)k+1$

أتحقق من فهمي صفحة 33

أجد مجموع كل متسلسلة ممّا يأتي:

b)$\Sigma k=15\ (k+1)2$

a) $\Sigma k=17\ 5k-22$

الحل:

a) $\sum k=175k-22=63$

b) $\sum k=15(k+1)2=90$

أتحقق من فهمي صفحة 35

أجد مجموع كل متسلسلة ممّا يأتي:

a) $\Sigma k=110\ 3k2$

b) $\Sigma k=120\ (7k-2)$

c) $\Sigma k=15\ (-4k3)$

الحل:

a) $\sum k=1103k2=1155$

b) $\sum k=120(7k-2)=1430$

c) $\sum k=15-4k3=-900$

أتحقق من فهمي صفحة 37

أُحدِّد إذا كانت كل متتالية ممّا يأتي حسابية أم لا:

a) 7, 4, 1, -2, …

b) 0, 6, 13, 19, …

الحل:

a) متتالية حسابية اساسها -3.

b) ليست حسابية.

أتحقق من فهمي صفحة 39

أجد الحدَّ العام لكل متتالية حسابية ممّا يأتي، ثم أجد الحدَّ الخامس عشر منها:

a) 1, -2, -5, ...

b) $a_{10} = -11$, $d = 2$

c) $a_7 = 71$, $a_{16} = 26$

الحل:

a) an=-3n+4 , a15=-41

b) an=2n-31 , a15=-1

c) 26=a1+15d , 71=a1+6d

a1=101 , d=-5

an=-5n+106 , a15=31

أتحقق من فهمي صفحة 41

a) أجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية: 159 +... + 23 + 15 + 7

b) أجد مجموع الحدود السبعة عشر الأولى من المتسلسلة الحسابية: ...+ 2 + 5 + 8

الحل:

a) 159=7+8(n-1) → n=20

S10=202(7+159)=1660

b) d=5-8=-3

S17=172(2(8)+16×-3)=-272

أتحقق من فهمي صفحة 43

اقتصاد: ضمن خطة إحدى المؤسسات الخيرية لزيادة التوعية بالأضرار الاقتصادية للتدخين، أنفقت المؤسسة JD 300 في السنة الأولى على حملات التوعية، وخطّطت لزيادة إنفاقها السنوي على هذه الحملات بنحو JD 400 سنويًّا على مدار 10 أعوام:

a) أُبيِّن أنَّ إنفاق الجمعية السنوي يُمثِّل متتالية حسابية.

b) أجد الحدَّ العام للمتتالية الحسابية.

c) ما قيمة المبلغ الذي سوف تُنفِقه المؤسسة في آخر عام من الخطة؟

d) أجد مجموع ما سوف تُنفِقه المؤسسة في 10 أعوام.

الحل:

a) بما أن الزيادة السنوية ثابتة وتساوي 400 ، فأن انفاق الجمعية السنوي يشكل متتالية حسابية أساسها 400

b) an=400n-100

c) a10=3900

d) S10=102(300+3900)=21000

(أتدرَّب وأحُلُّ المسائل (صفحة 43

أكتب كل متسلسلة ممّا يأتي باستعمال رمز المجموع:

1) 1+4+9+ …..+100	2) 2+4+6+ ….+20
3) 12+23+34+ ⋯ +1314	4)-23+49-827+⋯+64729

الحل:

2)∑k=1102k	1)∑k=110k2
4)∑k=16(-23)k	3)∑k=113kk+1

أجد مجموع كل متسلسلة ممّا يأتي:

7) Σn=12 13n+1	6) Σn=14 n2+1n+1	5) Σn=16 (-2)n
10) Σk=120(k3-1)	9) Σk=19(12k-24)	8) Σk=16 k22

الحل:

5)∑n=16(-2)n=42	6)∑n=14n2+1n+1=25730	7)∑n=1213n+1=720
8)∑k=16k22=912	9)∑k=19(12k-24)=324	10) ∑k=120(k3-1)=44080

أُحدِّد إذا كانت كل متتالية ممّا يأتي حسابية أم لا:

13) 3, 5, 9, 15, 23, …	12) 12, 6, 0, -6, -12, ….	11) 10, 11, 14, 15, 18, 19, …

الحل:

11) ليست حسابية.

12) حسابية أساسها -6.

13) ليست حسابية.

أجد الحدَّ العام لكل متتالية حسابية ممّا يأتي، ثم أجد الحدَّ الثلاثين منها:

14) 25, 58, 91, 124, …

15) -1, - 13 , 13 , 1, ….

16) a17 = -5, d=-12

17) a5 = 58, a12 = 30

الحل:

14) an=33n-8 → a30=982

15) an=23n-53 → a30=553

16) an=-12n+72 → a30=-232

17) 30=a1+11d,58=a1+4d

a1=74 , d=-4
an=-4n+78 → a30=-42

أجد مجموع المتسلسلات الحسابية الآتية:

18) 1 + 5 + 9 + … + 401

19) 0.7 + 2.7 + 4.7 + … + 56.7

20) Σn=180(2n - 2)

الحل:

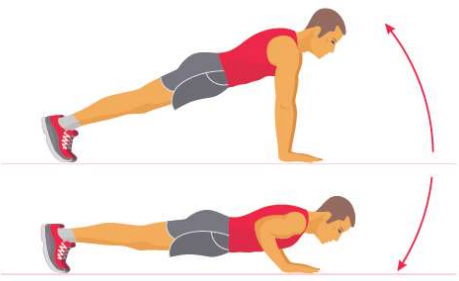
20) a1=0,a80=158 , S80=802(0+158)=6320

19) 56.7=0.7+2(n-1)→n=29S29=292(0.7+56.7)=832.3

18) 401=1+4(n-1)→n=101 S101=1012(1+401)=20301

---

21) رياضة: يمارس هيثم تمارين الضغط بانتظام، وقد استطاع أداء 25 ضغطة بصورة مستمرة في الأسبوع الأول، ثم تمكَّن من زيادة عددها أسبوعيًّا بمقدار 5 ضغطات على نحوٍ مستمر. ما عدد الضغطات التي يُمكِنه أداؤها بشكل مستمر في



الأسبوع السادس عشر؟

الحل:

100 ضغطة.

22) متسلسلة حسابية منتهية، حدُّها الأول 10 ، وأساسها 4، ومجموع حدودها 792 ، ما عدد حدود هذه المتسلسلة؟

الحل:

792=n2(2(10)+(n-1)×4)→n2+4n-396=0
→(n-18)(n+22)=0 →n=18

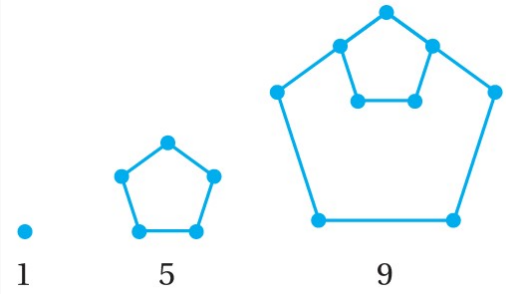
---

23) حدًّا من حدود متسلسلة حسابية هو n إذا كان مجموع أول $n_2 + 4n$ ، فأجد حدَّها المئة.

الحل:

Sn=n2+4nS1=5→a1=5S2=12→a2=12-5=7d=7-5=2an=2n+3 ، a100=203

يُبيِّن الشكل المجاور نمطًا هندسيًّا يُمثِّل عدد النقاط في نماذجه متتالية:



24) أُبيِّن أنَّ عدد النقاط في النماذج يُمثِّل متتالية حسابية.

25) أجد الحدَّ العام للمتتالية الحسابية.

26) هل يوجد نموذج يحوي 397 نقطة؟ أُبرِّر إجابتي.

الحل:

24) 1,5,9

نلاحظ ان الفرق بين كل حدين متتابعين ثابت ، وأنه يساوي 4 ، أي أنّ المتتالية حسابية أساسها 4

25) an=4n-3

26) 397=4n-3 → n=100

بما أن n نقطة 397 نموذج يحوي ، اذن يوجد عدد صحيح موجب.

، ومجموع حدودها الثلاثين الأولى يساوي ضعف مجموع حدودها العشرين d ، وأساسها a متسلسلة حسابية، حدُّها الأول الأولى:

27) أُثبِت أنَّ a=11d2

28) إذا كان مجموع الحدود الثلاثين الأولى هو 400 ، فأجد قيمتي a و d.

الحل:

27) S30=2S20

302(2a+29d)=2×202(2a+19d)

a=112 d

28) 400=302 (2a+29×211 a)

a=113 ,d=23

---

29) أحُلُّ المسألة الواردة في بند (مسألة اليوم).

الحل:

19

مهارات التفكير العليا

30) هل للمتسلسلتين: 9 + 7 + 5 + 3 + 1 و 1 + 3 + 5 + 7 + 9 المجموع نفسه؟ هل يُمكِن التعبير عنهما بالطريقة نفسها باستعمال رمز المجموع؟ أُبرِّر إجابتي. تبرير:

الحل:

لهما المجموع نفسه لأن الجمع عملية تبديلية .

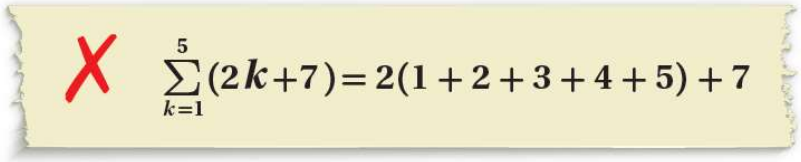
اما عند كتابتهما بصيغة المجموع فيكتبان بطريقتين مختلفتين لأنه يجب مراعاة ترتيب الحدود .

$1+3+5+7+9=\sum k=15(2k-1)$

$9+7+5+3+1=\sum(k=1511-2k)$

---

31) أكتشف الخطأ: أوجدت ولاء مجموع المتسلسلة: $\sum k=15(2k+7)$ على النحو الآتي:



$$\sum_{k=1}^{5}(2k+7)=2(1+2+3+4+5)+7$$

أكتشف الخطأ في حَلِّ ولاء، ثم أُصحِّحه.

الحل:

$\sum k=15(2k+7)=(2(1)+7)+(2(2)+7)+(2(3)+7)+(2(4)+7)+(2(5)+7)$

---

32) تحدٍّ: إذا كانت 3, a -b, 3a – 4b, 2a + 2b تُمثِّل الحدود الأربعة الأولى من متسلسلة حسابية، حيث a و b ثابتان، فأجد مجموع أول 25 حدًّا من المتسلسلة.

الحل:

3,a-b,3a-4b,2a+2b

(a-b)-3=3a-4b-(a-b)→a-2b=-3

(2a+2b)-(3a-4b)=(3a-4b)-(a-b)→3a-9b=0→a=3b

b=-3,a=-9

3,-6,-15,-24

a1=3,d=-9

S25=252(2(3)-(24)×-9)=-2625

كتاب التمارين.

أكتب كُلًّا ممّا يأتي من دون استعمال رمز المجموع:

1) $\Sigma k=15\ k$	2) $\Sigma k=19\ k(k+3)$	3) $\Sigma k=14\ 2k - 12k + 1$

الحل:

1) 1+2+3+2+5

2) 4+10+18+28+40+54+70+88+108

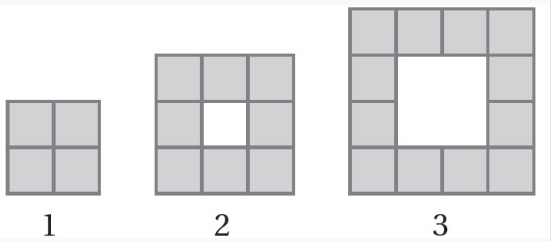
3) 13+35+57+79

أعتمد الشكل المجاور الذي يُمثِّل نمطًا هندسيًّا، وأُجيب عن الأسئلة الثلاثة الآتية تباعًا:

4) أكتب الحد العام للمتتالية التي تُمثِّل عدد المربعات المظلَّلة في كل شكل.

5) أكتب باستعمال رمز المجموع متسلسلة يُمثِّل مجموعها عدد المربعات المظلَّلة في أول عشرين شكلًا من هذا النمط، ثم أجد مجموع المتسلسلة.

6) إذا كان طول ضلع كل مربع مظلَّل هو وحدة واحدة، فأجد الحد العام للمتتالية التي تُمثِّل مساحة المربعات البيضاء وسط كل شكل.



الحل:

4) an=4n

5) ∑k=1204k=840

6) an=(n-1)2

أجد الحد العام لكل متتالية حسابية ممّا يأتي، ثم أجد الحد العشرين منها:

7) a6 =-8 , a15=-62	**8) a11= 43, d = 5**	**9) 25, 26.5, 28, 29.5, ...**

الحل:

7) an=-6n+28 , a20=-92

8) an=5n-12 , a20=88

9) an=1.5n+23.5 , a20=53.5

أجد المجاميع الجزئية لكلٍّ من المتسلسلات الحسابية الآتية:

10) الحدود العشرة الأولى من مضاعفات العدد 6

11) أول 100 عدد فردي من مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة.

الحل:

10) S10=330

11) 2500