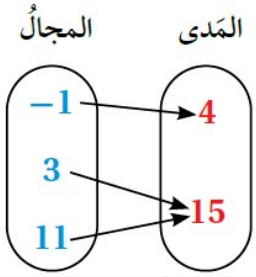
حلول أسئلة كتاب الطالب وكتاب التمارين

أسئلة أتحقق من فهمي

أتحقق من فهمي صفحة 52

أُحَدِّدُ مجال كلِّ علاقة ممّا يأتي ومَداها، ثمَّ أُحَدِّد ما إذا كانت تمثِّل اقترانًا أم لا :

a)



{-المجالُ: { 11 ، 3 ، 1
{المَدى: {15 ، 4
أُلاحِظُ ارتباطَ كلِّ عنصرٍ في المجالِ بعنصرٍ واحدٍ في المَدى. إذنْ، تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا

b)

x	5	2	−7	2	5
y	4	8	9	12	14

{المجالُ: { 7- ، 2 ، 5
{المَدى: {14 ، 12 ، 9 ، 8 ، 4
أُلاحِظُ ارتباطَ العنصر 5 في المجال بالعنصرينِ 4 وَ 14 في المَدى، وكذلك ارتباط العنصر 2 في المجال في العنصرين 8 و 12 في المدى .إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا

c) (-2 , 5) , (0 , 2) , (4 , 5) , (5 , 6)

{-المجالُ: {5 ، 4 ، 0 ، 2
{المَدى: { 6 ، 2 ، 5
أُلاحِظُ ارتباطَ كلِّ عنصرٍ في المجالِ بعنصرٍ واحدٍ في المَدى. إذنْ، تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا

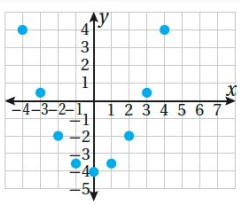
d) (6 , 5) , (4 , 3) , (6 , 4) , (5 , 8)

{المجالُ: {5 ، 4 ، 6
{المَدى: {8 ، 4 ، 3 ، 5
أُلاحِظُ ارتباطَ العنصر 6 في المجال بالعنصرين 5 و 4 في المدى . إذنْ، لا تمثِّلُ هذهِ العلاقةُ اقترانًا.

أتحقق من فهمي صفحة 54

أُحدد ما إذا كان كلٌّ اقتران ممّا يأتي مُنفصلًا أم مُتّصلًا ، ثمَّ أُحدد مجاله ومداه :

a)



الاقترانُ في الشكلِ المُجاور مُنفَصِلٌ ؛ لأنَّ تمثيلهُ في المُستوى الإحداثيّ على شكل نقاط غير مُتّصلة.

الأزواجُ المُرَتَّبَةُ:

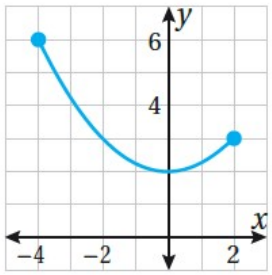
{(4 , 4) ,(0.5 , 3) , (2- , 2),(3.5- , 1) ,(4- , 0) ,(3.5- , 1-) ,(2- , 2-) ,(0.5 , 3-) , (4 , 4-)}

المجالُ : {4 ، 3 ، 2 ، 1 ، 0 ، 1- ، 2- ، 3- ، 4 }

المَدى : { 6 ، 4- ، 3.5- ، 2- ، 0.5 ، 4}

---

b)

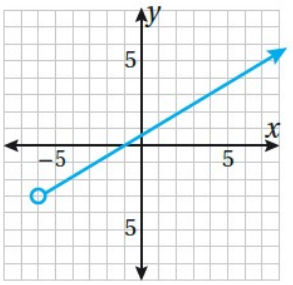


الاقترانُ المُمَثَّلُ في الشكلِ المُجاورِ مُتَّصِلٌ؛ لأنَّ تمثيلَهُ في المُستوى الإحداثيِّ على شكلِ منحنًى ليسَ فيهِ انقطاعٌ.

المجالُ : { x | 4- ≤ x ≤ 2 } أو الفترة [4- , 2]

المَدى : { y | 2 ≤ y ≤ 6 } أو الفترة [2 , 6]

c)



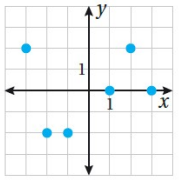
الاقترانُ المُمَثَّلُ في الشكلِ المُجاورِ مُتَّصِلٌ؛ لأنَّ تمثيلَهُ في المُستوى الإحداثيِّ على شكلِ خط مستقيم ليسَ فيهِ انقطاعٌ.

المجالُ : $\{ x \mid x > -6 \}$

المَدى : $\{ y \mid y > -3 \}$

---

d)



الاقترانُ في الشكلِ المُجاور مُنفَصِلٌ ؛ لأنَّ تمثيلهُ في المُستوى الإحداثيّ على شكل نقاط غير مُتّصلة.

الأزواجُ المُرَتَّبَةُ :

{(0 , 3) ,(2 , 2) ,(0 , 1) ,(2- , 1-),(2- , 2-) , (2 , 3-)}

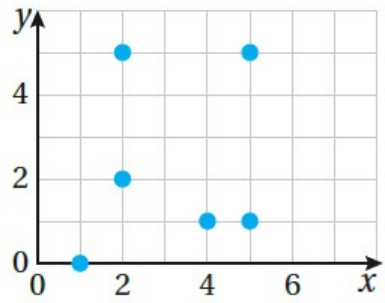
المجالُ : {3 ، 2 ، 1 ، 1- ، 2- ، 3 -}

المَدى : {0 ، 2- ، 2}

أتحقق من فهمي صفحة 56

أُحدد ما إذا كانَت العلاقة المُمَثَّلَة بيانيًّا في كلٍّ ممّا يأتي تُمَثِّل اقترانًا أم لا، مُبَرِّرًا

a)

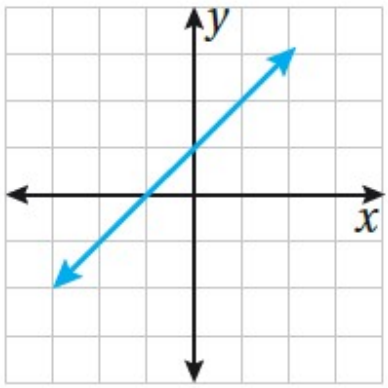


لا تُمَثِّلُ العلاقةُ المُعطى تمثيلُها البيانيُّ في الشكلِ المُجاورِ اقترانًا؛ لأنَّها تفشلُ في اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ. فمثلًا ، يوجدُ مستقيمٌ رأسيٌّ يقطعُ التمثيلَ البيانيَّ في نقطتين عندما x = 2 ، وعندما x = 5

إجابتي :

\

b)



تُمَثِّلُ العلاقةُ المُمَثَّلَةُ في الشكلِ المُجاورِ اقترانًا؛ لأنَّهُ لا يوجَدُ خطٌّ رأسيٌّ يَمُرُّ بأكثرَ مِنْ نقطةٍ واحدةٍ في تمثيلِها البيانيِّ.

أتحقق من فهمي صفحة 57

إذا كانَ g(x) = 10 - x ، فَأُجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ تِباعًا:

a) أجد $g(-5)$.

الحل :

$$g(-5) = 10 -(-5) \qquad = 15$$

---

b) أجد g(3) + 6 .

الحل :

$g(3) + 6 = 10 - (-3) + 6 \qquad = 19$

---

c) أَجِدُ قيمةَ x التي تجعلُ g(x) = -35.

الحل :

$g(x) = -3510 - x = -35-x = -45x = 45$

أتحقق من فهمي صفحة 58

يُمَثِّل الاقتران d(x) = 12x المسافة d لترٍ x بالكيلومترٍ التي تقطعُها سيّارة باستعمال من الوقود. أَجِدُ مجال الاقتران وَمَداهُ إذا كان الحَدُّ الأقصى 40 L لِسَعة خَزّان السيّارة من الوقود

الحل :

أجد d(40) :

$d(40) = 12(40) = 480\ km$

480 km = إذن : المسافة التي ستقطعها السيارة بعد ملء الخزان

[0 , 40] : تساوي صفر وأكبر قيمة = 40 ، إذن المجال x المجال : أصغر قيمة لـ d(x) ، وأكبر قيمة لـ0 = d(x) فإنّ 0 = x عندما d(x) المدى : أصغر قيمة لـ [0 , 480] : تساوي 480 ، إذن المدى

أتحقق من فهمي صفحة 59.

إذا كانَ $h(x) = x3 -2x + 1$ ، فَأَجِدُ كُلَّ ممّا يأتي :

a) $h(-2)$ $b)\ h(1) - 4\ h(0)$

الحل :

$a)\ h(-2)$

$h(-2)= (-2)3-2(-2) + 1 \qquad = -8 +4 + 1 \qquad = -3$

$b)\ h(1) - 4\ h(0)$

$h(1) - 4\ h(0) = (13 - 2\times1 + 1) - 4\ (03 - 2\times0 + 1)$ = 0 - 4(1) = -4

أسئلة أتدرب وأحل المسائل

{-المجالُ: { 4 ، 1 ، 2
{المَدى: { 3 ، 1 ، 3- ، 2
.ارتباط العنصر 1 في المجال بالعنصرين 3- وَ 1 في المَدى. إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا

: أَحَدِّدُ مجالَ كُلِّ علاقةٍ مِمّا يأتي ومداها، ثمَّ أَحَدِّدُ ما إذا كانتْ تُمَثِّلُ اقترانًا أمْ لا

{المجالُ: {6 ، 1- ، 5 ، 2
{المَدى: {2- ، 3
.كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد في المدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا

3

x	
y	

{المجالُ: {4- ، 3- ، 2 ، 4
{المَدى: {1- ، 0
ارتباط العنصر 4 في المجال بالعنصرين 0 وَ 1- في المَدى. إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا.

4

x	–
y	–

{-المجالُ: {2 ، 1 ، 0 ، 1- ، 2
{ -المَدى: { 3
كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد في المدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

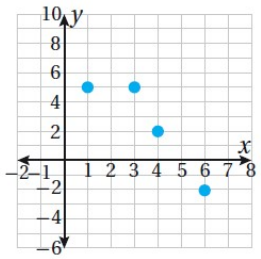
5 $\{(-2, 5), (-1, 2),$

{-المجالُ: {1 ، 0 ، 1- ، 2
{المَدى: {9- ، 4 ، 2 ، 5
كل عنصر في المجال مرتبط بعنصر واحد في المدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

6 {(4, 2), (1, 1), (0, 0), (1,

{المجالُ: {0 ، 1 ، 4
{المَدى: {2- ، 1- ، 0 ، 1 ، 2
ارتباط العنصر 4 في المجال بالعنصرين 2 وَ 2- في المَدى، وكذلك العنصر 1 في المجال ارتبط بالعنصرين 1 ، 1- في المدى إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا.

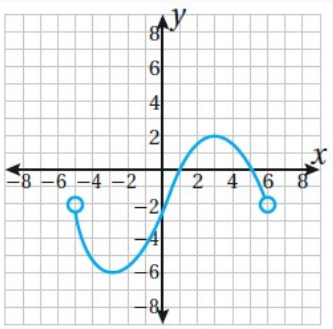
---

7 

الاقترانُ المُمَثَّلُ في الشكلِ المُجاور مُنفَصِلٌ؛ لأنَّ تمثيلَهُ في المُستوى الإحداثيِّ على شَكلِ نقاطٍ غيرِ مُتَّصِلَةٍ.
{الأزواجُ المُرَتَّبَةُ: {(2- ، 6) ،(2 ، 4) ،(5 ، 3) ،(5 ، 1
{المجالُ: { 6 ، 4 ، 3 ، 1 } المَدى: { 2- ، 2 ، 5

: أَحدد ما إذا كان كُلّ اقتران مما يأتي مُنفصلًا أمْ مُتَّصِلًا ، ثم أَحدد مجاله ومداه

8

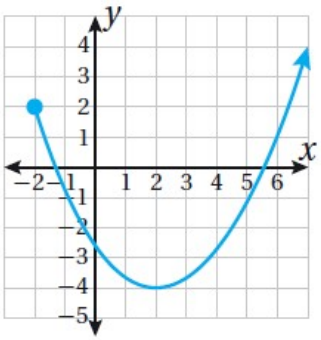


الاقتران المُمثل في الشكل المُجاور مُتَّصِلٌ؛ لأنّ تمثيله في المُستوى الإحداثيّ على شكل منحنى دون انقطاع.

المجالُ : { x | -5 < x < 6 } أو الفترة (-5 , 6)

المَدى : {y | -6 ≤ x ≤ 2 } أو الفترة [-6 , 2]

9



الاقتران المُمثل في الشكل المُجاور مُتَّصِلٌ؛ لأنّ تمثيله في المُستوى الإحداثيّ على شكل منحنى دون انقطاع.

المجالُ : { x | x ≥ -2 } أو الفترة [-2 , ∞)

المَدى : { y | y ≥ -4 } أو الفترة [-4 , ∞)

أُحَدِّدُ ما إذا كانت العلاقةُ المُعطى تمثيلُها البيانيُّ في كُلٍّ ممّا يأتي تُمثل اقترانًا أم لا، مُبَرِّرًا إجابتي :

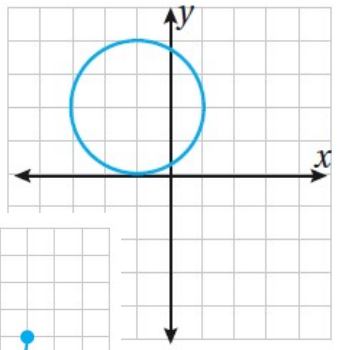
10

لا تُمَثِّلُ العلاقةُ المُعطى تمثيلُها البيانيُّ في الشكلِ المُجاورِ اقترانًا؛ لأنَّها تفشلُ في اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ.

فمثلًا ، x = -4 ، يوجدُ مستقيمٌ رأسيٌّ يقطعُ التمثيلَ البيانيَّ في ثلاث نقاطٍ عندما x = 2 وكذلك عندما

في المجالِ ترتبطُ بثلاثِ قِيَمٍ x = -3 ، والقيمة x = 2 وهذا يعني أنَّ القيمةَ في المَدى y مختلفةٍ لِـ.

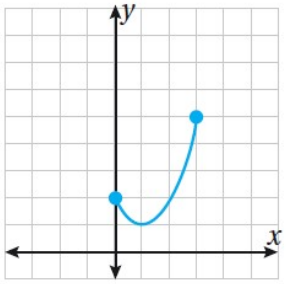
11



لا تُمَثِّلُ العلاقةُ المُعطى تمثيلُها البيانيُّ في الشكلِ المُجاورِ اقترانًا؛ لأنَّها تفشلُ في اختبارِ الخطِّ الرأسيِّ.

فمثلًا ، يوجدُ الكثير من المستقيمات الرأسية

12



تُمثل العلاقة المُمَثلة في الشكل المُجاور اقترانًا ؛ لأنه لا يوجد خطٌّ رأسيّ يَمر بأكثر من نقطة واحدة في تمثيلها البيانيّ.

: ، فأُجيب عن الأسئلة الآتية تِباعًا f(x) = 3x - 8 إذا كان

13) أجد f(-3).

الحل :

$f(-3) = 3(-3) - 8 = -17$

---

14) أجد $2\ f(5) - 11$

الحل :

$2\ f(5) - 11 = 2(3\times5 -8) - 11 \qquad = 2(7) - 11 \qquad = 3$

---

15) أَجِدُ قيمةَ x التي تجعلُ f(x) = 19 ،

الحل :

$f(x) = 3x - 8\ 19 \quad = 3x - 827 \quad = 3x \Rightarrow x = 9$

: ، فأجد كل مما يأتي $h(x) = x+1x-1$ إذا كان

16) $h(2)$ **17)** $h(3)$ **18)** $2h(0) -h\ (-2)$

الحل :

16) $h(2)$	$h(2) = 2+12-1 =3$

---

17) $h(3)$	$h(3) = 3+13-1= 42= 2$

---

18) $2h(0) -h\ (-2)$	$2h(0) -h\ (-2) = 2(0+10-1) - (-2+1-2-1) = 2\times-1 - 13 = -213$

عددَ وحداتِ فيتامينِ د ، التي يمكنُ للإنسان أن V(c) = 98c تغذيةٌ : يُمَثِّلُ الاقترانُ
.كوبًا من الحليب c يحصل عليها عند شربه

19) أَجِد عدد وحدات فيتامين د ، التي يمكنُ للإنسان أن يحصل عليها عند شرب 8
.أكواب من الحليب

الحل :

$V(8) = 98 \times 8 = 784$

---

20) إذا كان الحدّ الأقصى لعدد أكواب الحليب التي يوصي الأطباء المرأة الحامل أنْ تشربها 4 أكواب، فأجد مجال الاقتران ومداه.

الحل :

المجال :

[0 , 4] : أصغر عدد لأكواب الحليب = 0 ، وأكبر عدد = 4 ، إذن المجال

المدى :

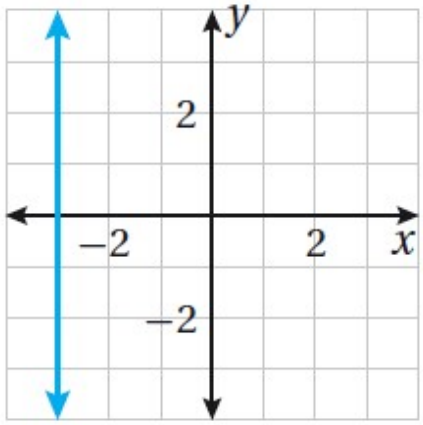
، وأكبر قيمة لـ $V(s) = 98$(فإنّ : $V(c)$ عندما $c = 0$ $0) = 0$ أصغر قيمة لـ

$V(c)$ عندما $c = 4$ إذن ، : $v(4) = 98 \times 4 = 392$

إذن المدى : [0 , 392]

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

21) أكتشفُ الخطأَ : تقولُ هديلُ إنَّ التمثيلَ البيانيَّ المُجاورَ يُمَثِّلُ اقترانًا خطيًّا ؛ لأَنَّه على شكلٍ مُستقيمٍ. أكتشِفُ الخطأَ في قولِ هديلَ، وَأُصَحِّحُهُ.



الخطأ في قول هديل أن التمثيل المجاور وإن كان مستقيمًا إلا أنه يفشل في اختبار الخط الرأسي ، إذ يوجد خط رأسي يقطع جميع النقاط التي تنتمي لهذا التمثيل . لذا فهذا التمثيل البياني يُعد علاقة وليس اقترانًا.

تبرير : أُحَدِّدُ الجملة الصحيحة والجملة الخطأ ممّا يأتي ، مُبَرِّرًا إجابتي :

22) كُلُّ اقتران هو علاقة.

الإجابة : نعم ؛ لأنّ الاقتران هو علاقة تربط كلَّ عنصر في مجالها بعنصر واحد فقط من المدى.

23) كُلُّ علاقة هي اقتران.

الإجابة : لا ؛ لأنّ أيُّ مجموعة من الأزواج المُرتبة تمثل علاقة ولا يشترط في العلاقة ارتباط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط من المدى ، كما في الاقتران.

---

24) إذا كانَ مجالُ الاقترانِ (∞- , ∞) ، فإنَّ مَداهُ أيضًا سيكونُ (∞- , ∞) .

الإجابة : لا ، لأنّ في بعض الاقترانات يرتبط أكثر من عنصر من المجال بعنصر واحد فقط من المدى ، مثل f(x) = 3 هنا المجال (∞- , ∞) ، والمدى : {3} ، والاقترانات التربيعية مثل $h(x) = x2$ هنا المجال (∞- , ∞) والمدى [0 , ∞).

---

25) أَجِدُ مجموعةَ قِيَمِ x التي تجعل العلاقة تبريرٌ : { (1 , 5) , (8 , x) , (-7 , 9) } ، مُبَرِّرًا إجابتي اقترانًا ؛ حيث x ∈ Z.

الحل :

لتكون العلاقة الواردة في السؤال اقترانًا يجب أن يرتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد فقط من المدى ؛ لذا x لا تساوي العدد 1 ، ولا تساوي العدد 7- ، وقد تكون x تساوي أي عدد ينتمي لمجموعة Z باستثناء 1 ، 7-

بالرموز : { x | $x \neq 1$, $x \neq -7$, $x \in Z$ }

أسئلة كتاب التمارين

أُحدد المجال والمَدى لكلِّ علاقة ممّا يأتي، ثمّ أُحدد ما إذا كانت تُمثل اقترانًا أم لا :

1) {(13, 5), (-4, 12), (6, 0), (13, 10)}

الحل :

المجالُ: { 6 ، 4- ، 13}

المَدى: { 10 ، 0 ، 12 ، 5}

أُلاحِظُ ارتباطَ العنصر 13 في المجال بالعنصرينِ 5 وَ 10 في المَدى. إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا.

---

2) {(9.2, 7), (9.4, 11), (9.5, 9.5), (9.8, 8)}

الحل :

المجالُ: {9.8 ، 9.5 ، 9.4 ، 9.2}

{المَدى: { 8 ، 9.5 ، 11 ، 7
كلّ عنصر في المجالِ مرتبط بعنصر واحد في المَدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

3

x	−3	−1	0	1	2
y	3	−4	5	−2	3

الحل :

{-المجالُ: {2 ، 1 ، 0 ، 1- ، 3
{المَدى: {2- ، 5 ، 4- ، 3
كلّ عنصر في المجالِ مرتبط بعنصر واحد في المَدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

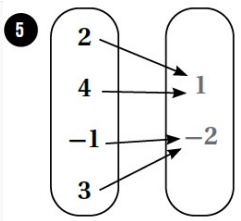
4

x	5	2	−7	2	5
y	4	8	9	12	14

الحل :

{المجال : {7- ، 2 ، 5
{المَدى : {14 ، 12 ، 9 ، 8 ، 4
أُلاحِظُ ارتباط العنصر 5 في المجال بالعنصرينِ 4 وَ 14 في المَدى ، وكذلك العنصر 2 في المجال ارتبط بالعنصرين 8 و 12 في المدى . إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا.

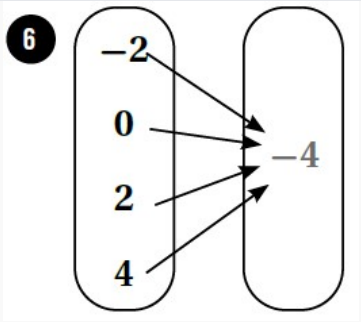
5



الحل :

{المجالُ: {3 ، 1- ، 4 ، 2
{المَدى: {2- ، 1
كلّ عنصر في المجالِ مرتبط بعنصر واحد في المَدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا.

6



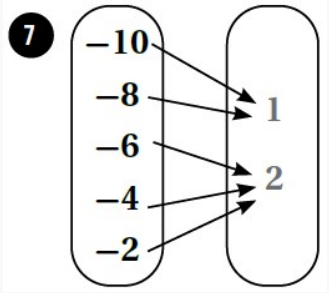
الحل :

{-المجالُ: {4 ، 2 ، 0 ، 2

{-المَدى: {4

.كلِّ عنصر في المجالِ مرتبط بعنصر واحد في المَدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا

7



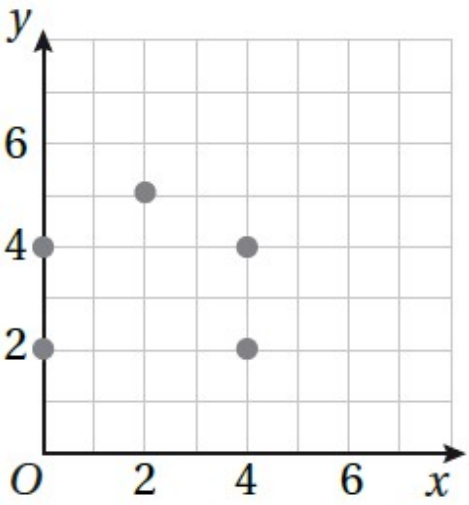
الحل :

{-المجالُ: {2- ، 4- ، 6- ، 8- ، 10

{المَدى: {2 ، 1

.كلِّ عنصر في المجالِ مرتبط بعنصر واحد في المَدى. إذن، تمثل هذه العلاقة اقترانًا

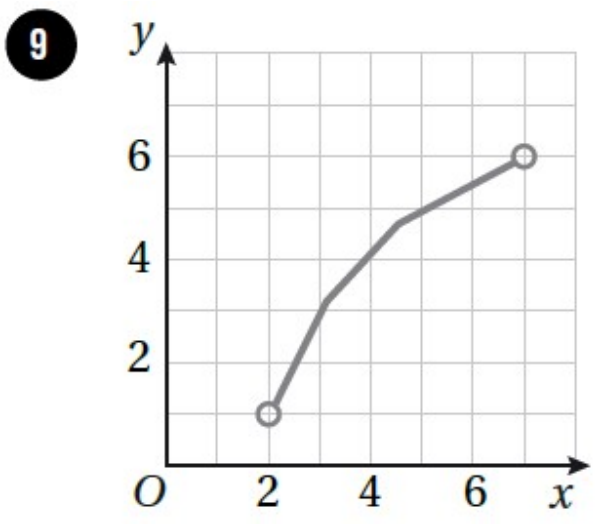
8



الحل :

{المجال : {4 ، 2 ، 0
{المَدى : { 5 ، 4 ، 2
أُلاحِظُ ارتباط العنصر 0 في المجال بالعنصرينِ 2 وَ 4 في المَدى ، وكذلك العنصر 4 في المجال ارتبط بالعنصرين 2 و 4 في المدى . إذن، لا تمثِّل هذه العلاقة اقترانًا.

9



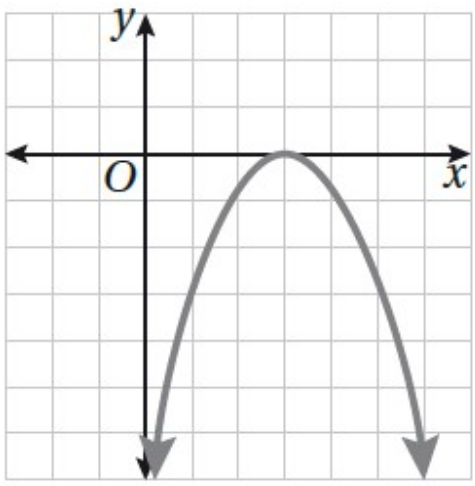
الحل :

تُمَثِّل العلاقة المُمثلة في الشكل المُجاور اقترانًا ؛ لأنَّهُ لا يوجَد خطٌّ رأسيّ يَمر بأكثر من نقطة واحدة في تمثيلها البيانيّ.

المجال : $\{ x \mid 2< x < 7 \}$ أو الفترة : $(2 , 7)$

المدى : $\{ y \mid 1< y < 6 \}$ أو الفترة : $(1 , 6)$

10



الحل :

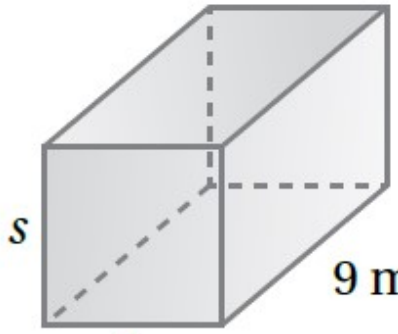
تُمَثِّل العلاقة المُمثلة في الشكل المُجاور اقترانًا ؛ لأنَّهُ لا يوجَد خطٌّ رأسيّ يَمر بأكثر من نقطة واحدة في تمثيلها البيانيّ.

المجال : { x | -∞ < x < ∞} أو الفترة (-∞ , ∞)

المدى : { y | y ≤ 0 } أو الفترة (-∞ , 0]

أكتبُ اقترانًا يُمَثِّلُ حجمَ كلٍّ مِنَ الأشكالِ بدلالةِ البُعدِ المفقودِ ، ثمَّ أُحَدِّدُ ما إذا كانَ الاقترانُ خطيًّا أمْ لا :

11

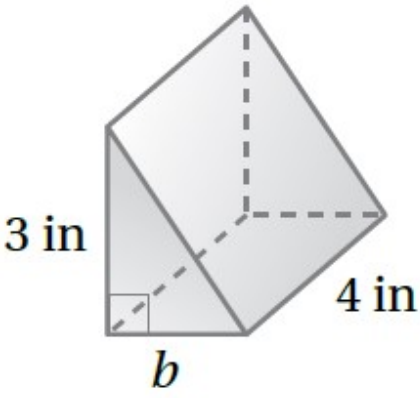


الحل :

الطول = حجم متوازي الأضلاع ÷ العرض ÷ الارتفاع

$h(s) = 2s$ 9= (الاقتران ليس خطيًا)

12

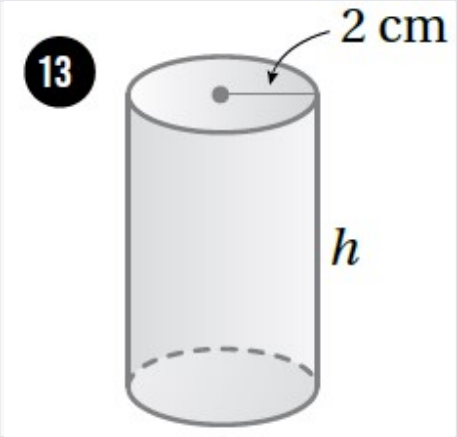


الحل :

مساحة القاعدة = حجم المنشور الثلاثي ÷ الارتفاع

$W(b) = 12 \div b \div 3 \div 4 W(b) = 6\ b$

الاقتران خطي .



الحل :

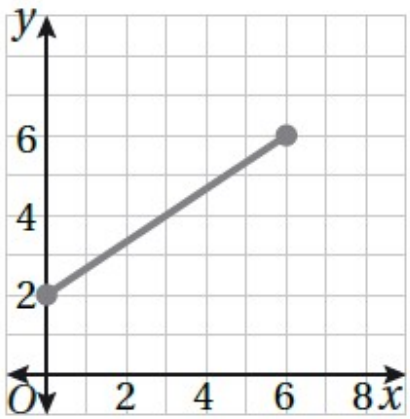
الارتفاع × حجم الاسطوانة = مساحة القاعدة

$R(h) = \pi\ r2\times\ hR(h) = \pi\times4\times\ hR(h) = 4\pi\ h$

الاقتران خطي .

---

14) أكتشف الخطأ : يقول زياد : يُمثل التمثيل البيانيّ المُجاور اقترانًا مُنفصلًا ؛ لأنه بدأ بنقطة وانتهى بنقطة. أكتشف خطأ زياد وأصححه



الإجابة :

خطأ زياد : لم يلاحظ أن التمثيل البياني عبارة عن خط مستقيم ليس فيه انقطاع وإن بدأ بنقطة وانتهى بنقطة .

لذا التمثيل البياني للاقتران متصلًا .