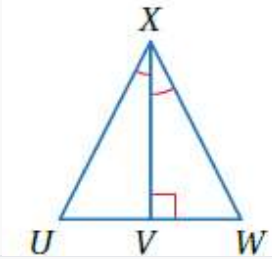
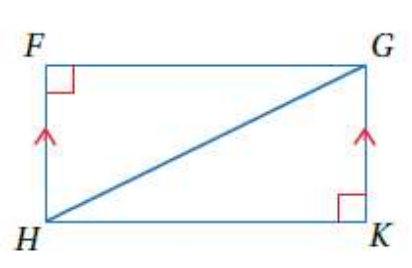
تطابقُ المثلثاتِ(ASA, AAS)

أتحققُ من فهمي 1 : في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\angle UXV \cong \angle WXV$ فأثبت أن $\Delta UXV \cong \Delta WXV$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.



المبررات	العبارات
ضلع مشترك	$XV \cong XV$
معطى	$\angle WXV \cong \angle UXV$
زاوية قائمة	$\angle WVX \cong \angle UVX$
ASA	$\Delta UXV \cong \Delta WXV$

أتحققُ من فهمي 2 : في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $HF \parallel GK$ وأنَّ $\angle F$, $\angle K$ زاويتان قائمتان ، فأثبت أنَّ $\Delta HFG \cong \Delta GKH$ باستعمالِ البرهانِ السهمي.

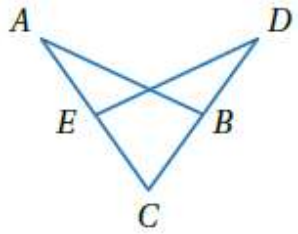


$HG \cong HG$ مشترك ضلع ← ↘

$HF \parallel GK$ معطى ← $\angle KGH \cong GHG$ ← $\Delta HFG \cong GKH$ داخلياً متبادلة

$\angle F \cong \angle K$ قائمة ← نتيجة ↗

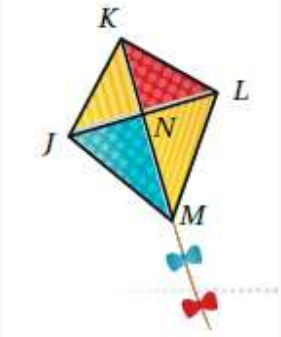
أتحققُ من فهمي 3 : في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $CA \cong CD$, $\angle ABC \cong \angle DEC$: فأثبت أنَّ $AB \cong DE$ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.



المبررات	العبارات
معطى	CA≅ CD
معطى	$\angle ABC \cong \angle DEC$
زاوية مشتركة	$\angle ACB \cong \angle DCE$
AAS	$\Delta ABC \cong \Delta DEC$
ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	AB ≅ DE

أتحققُ من فهمي 4:

طائرةٌ ورقيةٌ: إذا كانَتْ N في الطائرةِ الورقيةِ المجاورةِ نقطةَ منتصفِ $KM \perp JL$, JL و $\angle KLN \cong \angle KJN$ فأثبت أنَّ $KJ \cong KL$.

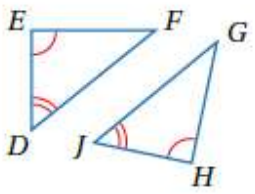


المبررات	العبارات
معطى	$\angle KLN \cong \angle KJN$
لأن N نقطة المنتصف	$JN \cong \overline{LN}$
زاوية قائمة(KM⊥JL)	$\angle KNL \cong \angle KNJ$
ASA	$\Delta KNL \cong \Delta KNJ$
ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين	KJ ≅ KL

أتدرب وأحل المسائل:

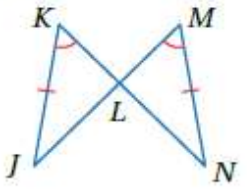
أحددُ أنَّهُ يمكنُ إثباتُ تطابقِ كلِّ زوج مِنَ المثلثاتِ الآتيةِ أَمْ لا، مبررًا إجابتي:

1 $\Delta DEF, \Delta JHG$



الحل : لا يمكن إثبات التطابق لأن المعطيات لا تكفي ، (زاويتان فقط لا تكفي لإثبات التطابق.)

2 $\Delta JKL , \Delta NML$

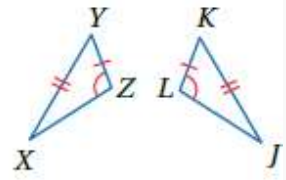


الحل : يمكن إثبات التطابق بزاويتين وضلع غير محصور AAS

حيث $\angle MLN \cong \angle KLJ$ ، $\overline{MN} \cong \overline{KJ}$ ، $\angle JKL \cong \angle NML$:

ملاحظة ($\angle MLN \cong \angle KLJ$: تقابل بالرأس)

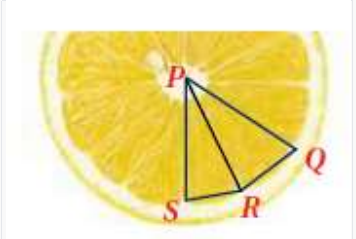
3 $\Delta XYZ, \Delta JKL$



الحل : لا يمكن إثبات التطابق لأن المعطيات لا تكفي ، (ضلعان وزاوية غير محصورة لا تكفي لإثبات التطابق إلا في المثلث قائم الزاوية.)

---

4) في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ PR ينصف $\angle QPS$ و $\angle QRP \cong \angle SRP$ فأثبت أنَّ $\Delta QRP \cong \Delta SRP$.

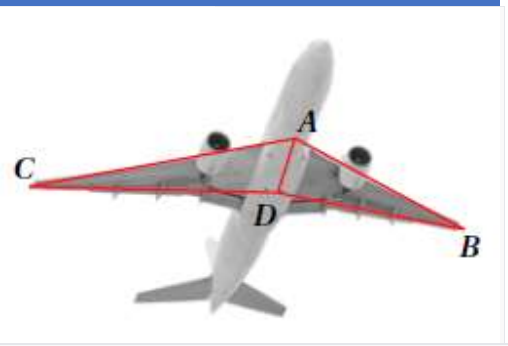


المبررات	العبارات
معطى	$\angle QRP \cong \angle SRP$
نتيجة (لأن PR تنصف $\angle QPS$)	$\angle SPR \cong \angle QPR$
ضلع مشترك	PR
ASA	$\Delta QRP \cong \Delta SRP$

A

---

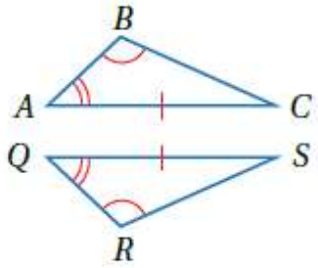
5) في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $DB \cong DC$
$\angle ABD \cong \angle ACD$, $\angle ADB \cong \angle ADC$, فأثبت أنَّ $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.



المبررات	العبارات
معطى	$\angle ADB \cong \angle ADC$
معطى	$\angle ABD \cong \angle ACD$
معطى	DB≅ DC
ASA	$\Delta ABD \cong \Delta ACD$

---

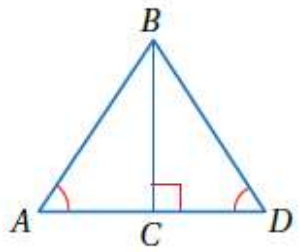
6) أستعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta QRS$



المبررات	العبارات
معطى	$\angle A \cong \angle Q$
معطى	$\angle B \cong \angle R$
معطى	$AC \cong QS$
AAS	$\Delta ABC \cong \Delta QRS$

---

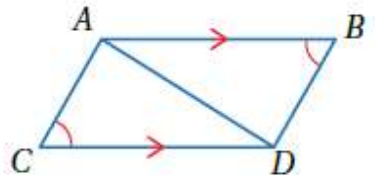
7) استعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta DBC$.



العبارات	المبررات
$\angle A \cong \angle D$	معطى
$\angle ACB \cong \angle DCB$	معطى
BC	ضلع مشترك
$\Delta ABC \cong \Delta DBC$	AAS

---

8) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميّ؛ لأثبت أنَّ $AC \cong DB$.



$\angle BAD \cong \angle CDA$ ← $AB \| CD$ معطى متبادلةداخلياً

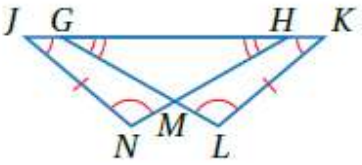
$\Delta ABD \cong \Delta DCA$ ← $AD \cong AD$ مشترك ضلع ↓

AC ≅ DB ← $\Delta ABD \cong \Delta DCA$ (AAS نتيجة) متطابقان مثلثين في متناظران ضلعان

↗ $\angle B \cong \angle C$ ← (معطى)

---

9) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي، لكتابةِ برهانٍ سهميّ؛ لأثبتَ أنَّ $GK \cong HJ$.

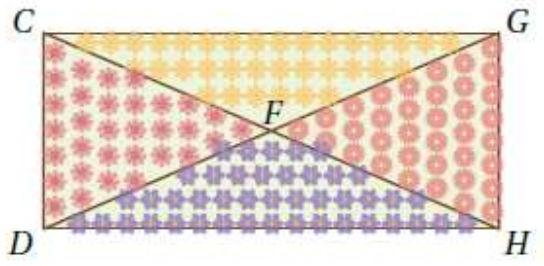


↘ $JN \cong ;KL$ معطى

HJ ≅ GK ← $\Delta NHJ \cong \Delta LGK$ ← $\angle J \cong \angle K$ معطى

ASA نتيجة)	متطابقان مثلثين في متناظران ضلعان
$\nearrow \rightarrow \angle N \cong \angle L$(معطى	

حديقةٌ: تخططُ سالي لزراعةِ حديقتِها مستطيلةِ الشكلِ بأنواع مختلفةٍ مِنَ الزهورِ في أربعةِ أحواضٍ مثلثةِ الشكلِ كما في الشكلِ المجاورِ. إذا علمْتُ أنَّ F نقطة منتصف DG و $\angle CDF \cong \angle FGH$ فأثبت أنَّ :



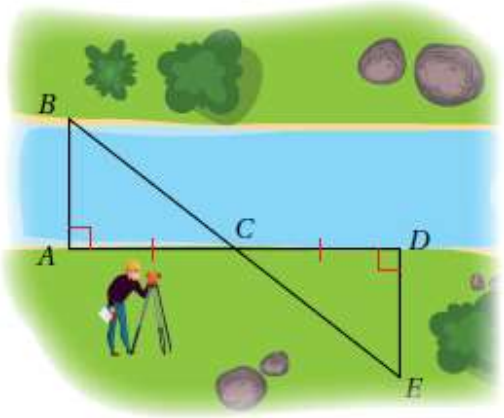
10) $\Delta CFD \cong \Delta HFG$

المبررات	العبارات
معطى	$\angle CDF \cong \angle FGH$
معطى	$DF \cong GF$
تقابل بالرأس	$\angle DFC \cong \angle HFG$
ASA	$\Delta CFD \cong \Delta HFG$

11) $CF \cong HF$

المبررات	العبارات
معطى	$\angle CDF \cong \angle FGH$
معطى	DF ≅ GF
تقابل بالرأس	$\angle DFC \cong \angle HFG$
ASA	$\Delta CFD \cong \Delta HFG$
ضلعان متناظران في مثلثان متطابقان	CF ≅ HF

12) نهرٌ: أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأثبتُ أنَّ $AB \cong DE$.

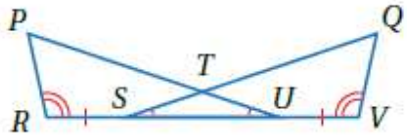


أستكشفُ

يظهرُ في الشكلِ المجاورِ مسّاحٌ يقيسُ عرضَ نهرٍ مستعملًا تطابقَ المثلثاتِ. أصفُ كيفَ يمكنُهُ ذلكَ؟

المبررات	العبارات
معطى	$AC \cong DC$
معطى (قائمة)	$\angle CDE \cong \angle CAB$
تقابل بالرأس	$\angle BCA \cong \angle FCD$
ASA	$\Delta BAC \cong \Delta EDC$
ضلعان متناظران في مثلثان متطابقان	AB ≅ DE

13) تحدٍّ: أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta PUR \cong \Delta QSV$.

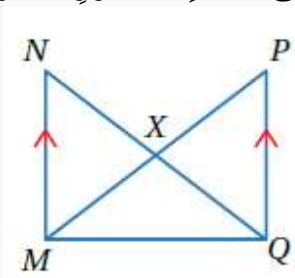


المبررات	العبارات
معطى	$\angle PRU \cong \angle QVS$
معطى	$\angle PUR \cong \angle QSV$
معطى	$RS \cong VU$
منطقة مشتركة	SU≅ SU

RS + SU ≅ VU + SU	RU ≅ VS
ASA	$\Delta PUR \cong \Delta QSV$

---

14)تبريرٌ: هَلْ يمكنُ إثباتُ تطابقِ $\Delta MNQ \cong \Delta QPM$ بالاعتمادِ على المعلوماتِ المعطاةِ على الشكلِ المجاورِ ؟ أبرّرُ إجابتي



لا ، لا يمكن إثبات التطابق ، لأن المعطيات لا تكفي حيث نحتاج في هذه الحالة إلى ضلع وازويتين متطابقين مع نظائرهم في المثلث الآخر ، ولا نملك منها إلا ضلع مشترك.

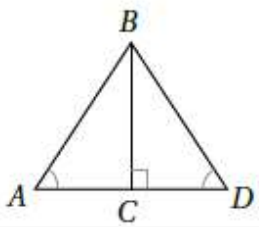
توضيح : الزاوية المتشكلة من التقابل بالرأس ، والزاوية المتشكلة من التبادل الداخلي بين الضلعين المتوازيين ليس لها فائدة هنا لأنها ليست الزاويا المطلوبة للإثبات.

---

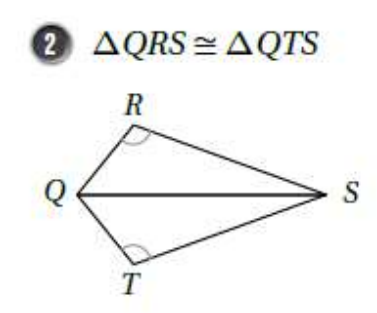
15)أكتبُ كيفَ أتحققُ مِنْ تطابقِ مثلثَينِ باستعمالِ زاويتَينِ وضلع محصورٍ بينَهُما؟
يمكن التحقق من خلال مقارنة الزاويا المتناظرة مع بعضها ـ والأضلاع المتناظرة مع بعضها

كتاب التمارين:
أحددُ ما إذا كانَتْ جملةُ التطابقِ صحيحةً أَمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي، مبرّرًا إجابتي:

1 $\Delta ABC \cong \Delta DBC$

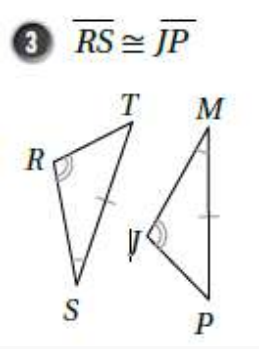


نعم صحيحة ، يمكن إثبات التطابق بزاويتين وضلع غير محصور AAS حيث $BC \cong BC \angle DCA \cong \angle ACB \angle BDC \cong \angle BAC$:



غير صحيحة ، لا يمكن إثبات التطابق ، لأن المعطيات لا تكفي حيث لا نملك إلا ضلع مشترك وزاوية.

غير صحيحة ، المثلثين متطابقين و يمكن إثبات التطابق بزاويتين وضلع غير محصور

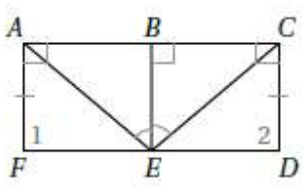


AASحيث $\angle R \cong \angle J \angle S \cong \angle MST \cong MP$:

لكن $RS \ncong JP$ لأن الأضلاع المتطابقة هي RS≅JMST ≅ MPTR ≅ PJ :

---

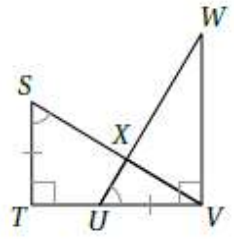
4)أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ ∠2≅ ∠1



العبارات	المبررات
$\angle ABE \cong \angle CBE$	معطى (قائمة)
$\angle AEB \cong \angle CEB$	معطى
$BE \cong BE$	ضلع مشترك
$\Delta ABE \cong \Delta CBE$	ASA
$\angle BAE \cong \angle BCE$	نتيجة($\Delta ABE \cong \Delta CBE$)
$\angle FAE \cong \angle DCE$	نتيجة/ ($\Delta ABE \cong \Delta CBE$)تتمة الزاوية القائمة
$AE \cong CE$	نتيجة($\Delta ABE \cong \Delta CBE$)
$AF \cong CD$	معطى
$\Delta AEF \cong \Delta CED$	SAS
$\angle 1 \cong \angle 2$	زاويتان متناظرتان في مثلثان متطابقان

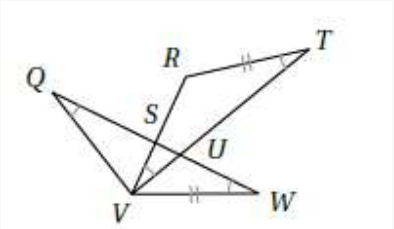
---

5) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنّ : $\Delta STV \cong \Delta UVW$.



العبارات	المبررات
$\angle V \cong \angle T$	معطى(زاوية قائمة)
$\angle WUV \cong \angle VST$	معطى
$UV \cong ST$	معطى
$\Delta STV \cong \Delta UVW$	ASA

6) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميّ؛ لأثبتَ أنَّ $\overline{QW} \cong \overline{VT}$.

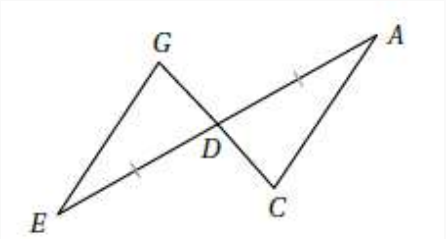


$\angle T \cong \angle W$ معطى ↘

$\Delta VWQ \cong \Delta RTV$ ← AAS ← $QW \cong VT$ ← $\angle WQV \cong \angle RVT$ معطى ← متناظران ضلعان ← نتيجة

↗ $VW \cong RT$ معطى

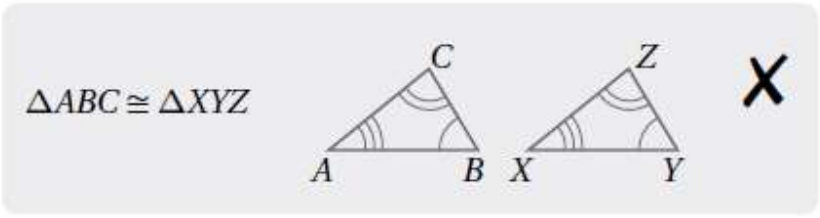
7) في الشكلِ الآتي، إذا علمْتُ أنَّ $AD \cong ED$ و $\angle A \cong \angle E$ ، فأكتبُ برهانًا سهميًّا، لأثبتَ أنَّ $\Delta ADC \cong \Delta EDG$.



↘ $\angle GDE \cong \angle CDA$ بالرأس تقابل ← ASA ← $\Delta ADC \cong \Delta EDG$ ← $\angle A \cong \angle E$ معطى

↗ AD ≅ ED ← نتيجة ← معطى

8) أكتشفُ الخطأَ: أكتشفُ الخطأَ في جملةِ التطابقِ الآتيةِ، مبررًا إجابتي:



الخطأ هو أنَّ المعطيات هي : ثلاثة زاويا
و لا يمكن إثبات التطابق بثلاثة زوايا ، بل نحتاج على الأقل إلى ضلع واحد.

المعلم الالكتروني الشامل