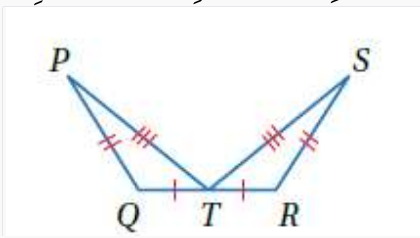
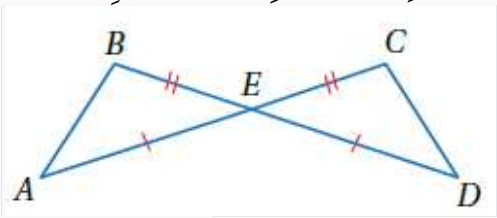
أتحققُ من فهمي 1 : أثبتُ أنَّ المثلثَينِ ΔRST , ΔQPT المبيّنَينِ في الشكلِ المجاورِ متطابقانِ باستعمالِ البرهانِ السهميّ.



$\Delta QPT \cong \Delta RST$ ← $PQ \cong SR$ معطى ↘

PT≅ST معطى ← $SSSQT \cong RT$ معطى ↗

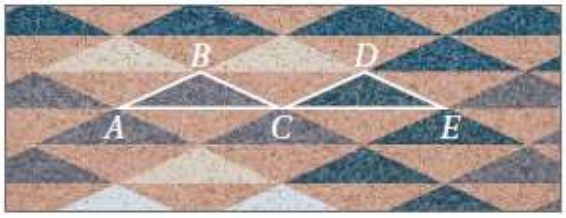
أتحققُ من فهمي 2 : أثبتُ أنَّ المثلثَينِ ΔDCE , ΔABE المبيّنَينِ في الشكلِ المجاورِ متطابقانِ، باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.



العبارات	المبررات
$BE \cong CE$	معطى
AE ≅DE	معطى
$\angle CED \cong \angle BEA$	تقابل بالرأس
$\Delta ABE \cong \Delta DCE$	SAS

أتحققُ من فهمي 3 : بساطٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ بساطًا تقليديًّا يستعملُ الحائكُ في تصميمِهِ انسحابًا لمثلثٍ متطابقِ الضلعَينِ. أثبتُ

أنّ , ΔABC , $\triangle CDE$ المبيّنَينِ في الشكلِ متطابقانِ باستعمالِ البرهانِ ذي العمودَينِ.



بما أن المثلثين متطابقا الضلعين إذاً زوايا القاعدتين متطابقة في المثلثين وبالتالي الزاوية الثالثة من كل مثلث متطابقة مع الأخرى وعليه :

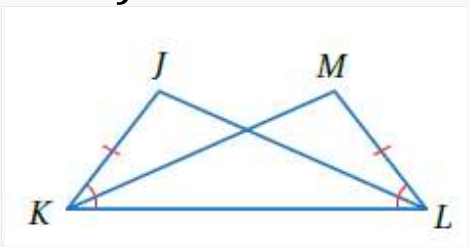
المبررات	العبارات
معطى	AB ≅CD
معطى	BC ≅DE
نتيجة	$\angle B \cong \angle D$
SAS	$\Delta ABC \cong \triangle CDE$

حل آخر :

بما أن المثلث الثاني يمثل انسحاباً للمثلث الأول ، إذاً فهو متطابق معه تماماً وبالتالي فالأضلاع المتناظرة متطابقة وعليه:

المبررات	العبارات
معطى	AB ≅CD
معطى	BC ≅DE
معطى	AC ≅CE
SSS	$\Delta ABC \cong \triangle CDE$

أتحققُ من فهمي 4 : في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\angle JKL \cong \angle MLK$ فأثبت أن $\angle J \cong \angle M$ باستعمالِ البرهانِ السهميّ.



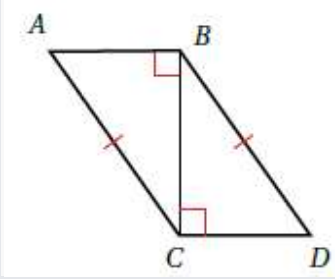
$JK \cong ML$ معطى ↘

$\angle J \cong \angle M \rightarrow \Delta JKL \cong \Delta MLK$ (SAS) $\rightarrow \angle JKL \cong \angle MLK$ معطى نتيجة

$KL \cong KL \rightarrow$ مشترك ضلع ↗

أتحققُ من فهمي 5 : أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ المجاورِ في كتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ ، لأثبتَ أن $\Delta ABC \cong \Delta DCB$

الحل : من الواضح أن المثلثين قائمي الزاوية وبالتالي نحتاج فقط إلى وتر وضلع في المثلث الأول متطابق مع وتر وضلع في المثلث الثاني.

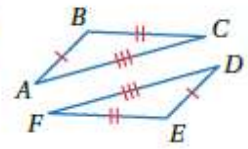


المبررات	العبارات
معطى(وتر)	$AC \cong BD$
زاوية قائمة	$\angle DCB \cong \angle CBA$
ضلع مشترك	$BC \cong BC$
HL	$\Delta ABC \cong \Delta DCB$

أتدرب وأحل مسائل

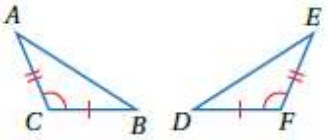
أبيّنُ أنَّ كلَّ زوج مِنَ المثلثاتِ الآتيةِ متطابقٌ أَمْ لا، مبررًا إجابتي:

1



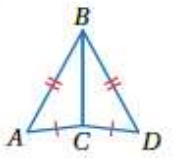
المثلثين متطابقين بثلاثة أضلاع SSS حيث
: $AB\cong DEAC\cong DFBC\cong EF$

2



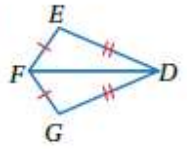
المثلثين متطابقين بضلعين وزاوية محصورة حيث
: $AC\cong EFCB\cong FD\angle ACB\cong\angle EFD$

3



المثلثين متطابقين بثلاثة أضلاع SSS حيث
($AB\cong DBAC\cong DCBC\cong BC$:مشترك ضلع)

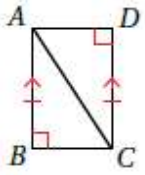
4



المثلثين متطابقين بثلاثة أضلاع SSS حيث
($ED \cong GD EF \cong GF FD \cong FD$:مشترك ضلع)

---

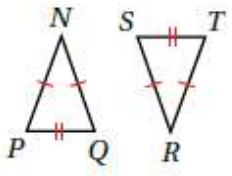
5) أستعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ ؛
لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta CDA$.



المبررات	العبارات
زاوية قائمة	$\angle ADC \cong \angle CBA$
معطى	AB ≅CD
وتر (ضلع مشترك)	$AC \cong AC$
HL	$\Delta ABC \cong \Delta CDA$

---

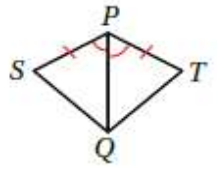
6) أستعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ ؛
لأثبتَ أنَّ $\Delta NPQ \cong \Delta RST$.



العبارات	المبررات
$NP \cong RS$	معطى
$NQ \cong RT$	معطى
$ST \cong PQ$	معطى
$\Delta NPQ \cong \Delta RST$	SSS

---

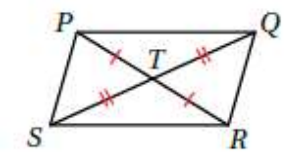
7) استعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهمي ؛
لأثبتَ أنَّ $\Delta SPQ \cong \Delta TPQ$.



↘ $SP \cong TP$ معطى
$\Delta SPQ \cong \Delta TPQ$ ← $\angle SPQ \cong \angle TPQ$ معطى ←
SAS ← $PQ \cong PQ$ ←
↗ مشترك ضلع

---

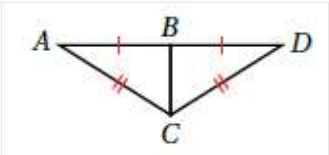
8) استعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهمي ؛
لأثبتَ أنَّ $\Delta PQT \cong \Delta RST$



↘ $PT \cong RT$ معطى
$\Delta PQT \cong \Delta RST$ ← $\angle RTS \cong PTQ$ ← بالرأس تقابل
SAS ← $ST \cong QT$ ← ↗ مشترك ضلع

---

9)أستعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ ؛ لأثبتَ أنَّ. $\angle A \cong \angle D$

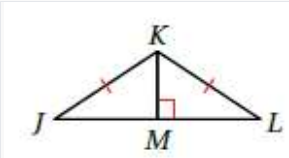


المبررات	العبارات
معطى	$AB \cong DB$
معطى	$AC \cong DC$
ضلع مشترك	$BC \cong BC$
SSS	$\Delta ABC \cong \Delta DBC$
نتيجة	$\angle A \cong \angle D$

توضيح للنتيجة : بما أن المثلثين متطابقين وبالتالي أضلاعهما متطابقة وزواياهما متطابقة.

---

10)استعمل المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهمي ؛ لأثبتَ أنَّ.$JM \cong ML$

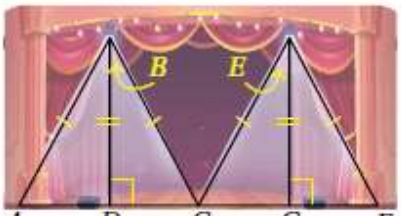


(↘ $JK \cong LK$ وتر(معطى

$\Delta PQT \cong \Delta RST$ ← ∠LMK≅JMK قائمة زاوية

↗ $KM \cong KM$ ← HL مشترك ضلع

مصباحٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ الضوءَ الناشئَ عَنْ مصباحَينِ يبعدانِ المسافةَ نفسَها عَنْ أرضيةِ مسرحٍ:

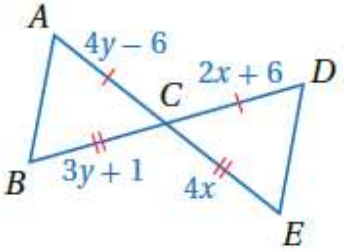


11) أثبت أنّ $\Delta ABD \cong \Delta CBD$:

($AB \cong CB$ وتر(معطى ↘ $\rightarrow$
$\Delta ABD \cong \Delta CBD$ $\rightarrow$ $\angle CDB \cong \angle ADB$ قائمة زاوية
$BD \cong BD \rightarrow$ ↗ HL مشترك
ضلع

12) هَلِ المثلثاتُ الأربعةُ الموضَّحةُ في الشكلِ متطابقةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.
نعم جميع المثلثات متطابقة لأن امصباحان يبعدان المسافة نفسها عن أرض المسرح ـ توضيح :
$\Delta ABD \cong \Delta CBD$: $HL \Delta CEG \cong \Delta FEG$: $HL \Delta ABD \cong \Delta$
CEG : $HL \Delta CBD \cong \Delta FEG$: HL

في الشكلِ المجاورِ المثلثانِ $\Delta ABC \cong \Delta DEC$



13) أكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\angle ABC \cong \angle DEC$.

المبررات	العبارات
المبررات	العبارات
معطى	$AC \cong DC$

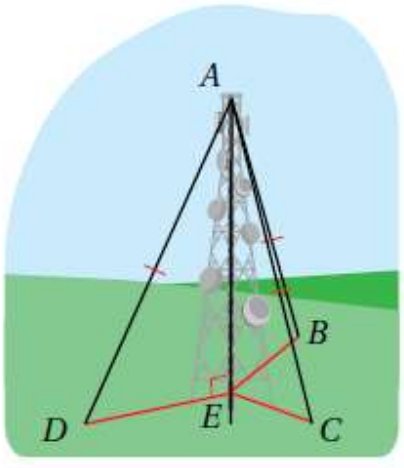
معطى	BC ≅EC
تقابل بالرأس	$\angle ACB \cong \angle DCE$
SAS	$\Delta ABC \cong \Delta DEC$

14) أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ X و. y

بما أن AC ≅DC : إذن $4y-6=2x+2$ ومنه- $4y-6-6=2x+6$
$64y-12 = 2x2y-6=x$
وبما أن BC ≅EC : إذن- $3y+1=4x3y+1 = 4(2y$
$6)3y+1 = 8y-245y=25y=5$

وبالتعويض في أي معادلة
: $3y+1 = 4x3*5+1 =4x15+1 = 4x16=4xx=4$

15) اتّصالاتٌ: برجُ اتّصالاتٍ عموديٌّ على الأرضِ، يتصلُ رأسُهُ بكلّ مِنَ النقاطِ D و B و C عَنْ طريقِ كابلاتٍ لَها الطولُ نفسُهُ كما في الشكلِ المجاورِ. أثبتُ أنَّ ΔAEB و ΔAEC و ΔAED متطابقة.

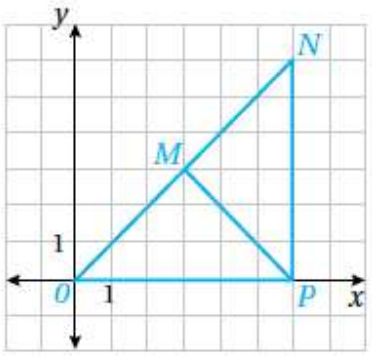


بما أن برج الاتصالات عمودي على الأرض ، فإنه يصنع زاوية قائمة وبالتالي سيتشكل عندنا ثلاثة مثلثات قائمة الزاوية ومنها سنحتاج إلى وتَر وضلع متطابقين مع باقي المثلثات فقط لإثبات أن المثلثات متطابقة.

المبررات	العبارات
زاوية قائمة	$\angle AED \cong \angle AEB \cong \angle AEC$
معطى	AD $\cong AB \cong$ AC
وتر (ضلع مشترك)	AE
HL	$\Delta AED \cong \Delta AEC \cong \Delta AEB$

---

16) تحدٍّ : أثبتُ أنَّ $\Delta PMO \cong \Delta PMN$ مستعملاً حالتي SSS و SAS من دون استعمال المنقلة لقياس الزوايا.



1) يمكن معرفة أطوال الأضلاع عن طريق العد ، ولذلك من الواضح عن طريق عد المربعات أن:

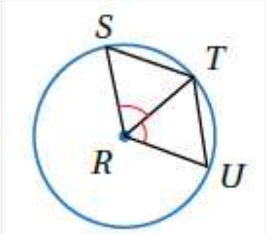
المبررات	العبارات
معطى	$PO \cong PN$
معطى	$OM \cong ON$
ضلع مشترك	$MP \cong MP$

SSS	$\Delta PMO \cong \Delta PMN$

(2نلاحظ أن الضلع المشترك بين المثلثين والخارج من النقطة P يقطع المربعات في المستوى البياني من المنتصف : وبالتالي يصنع زاويتين متساويتين مقدار كل منهما 45 درجة.

المبررات	العبارات
معطى	PO≅PN
ضلع مشترك	MP≅MP
نتيجة (حسب الملاحظة)	$\angle OPM \cong \angle NPM$
SAS	$\Delta PMO \cong \Delta PMN$

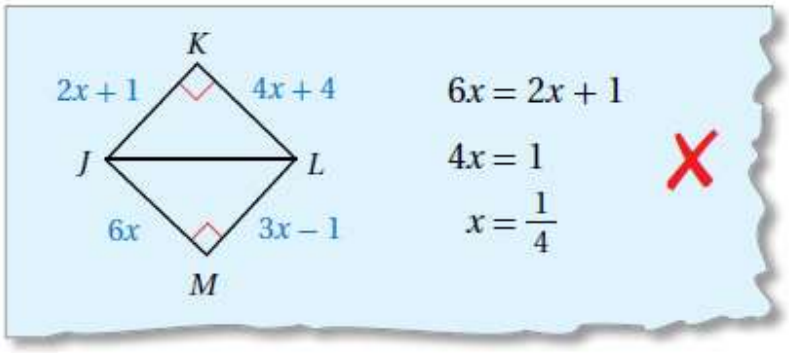
(17تبريرٌ: في الشكلِ المجاورِ، إذا علمْتُ أنَّ $\angle URT \cong \angle SRT$ و R مركزُ الدائرةِ، فأكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ؛ لإثباتِ أنَّ $\Delta TRU \cong \Delta TRS$ ، مبرراً إجابتي.



المبررات	العبارات
نصف قطر	$SR \cong UR$
ضلع مشترك	$RT \cong RT$
معطى	$\angle SRT \cong \angle URT$
SAS	$\Delta TRS \cong \Delta TRU$

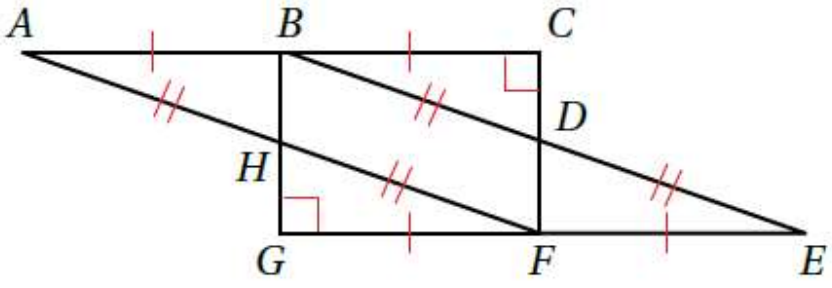
18)اكتشف : أحددُ الخطأَ في إيجادِ قيمةِ x في الحلِّ الآتي الّتي تجعلُ المثلثَينِ متطابقَينِ، وأصحّحُهُ.

الخطأ هو أن $6x \neq 2x+1$ لأن $JM \ncong JK$.



$6x = 4x+4 \quad 2x=4 \quad x=2$

19)تحدٍّ: أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي : لأثبتَ أنَّ $\Delta ACF \cong \Delta EGB$.



من الواضح أن الشكل BCFG يمثل مستطيلاً لأن زواياه قوائم وفيه ضلعان متقابلان متطابقان.

المبررات	العبارات
معطى	$AC \cong EG$

معطى	AF≅ EB
ضلعين متقابلين في مستطيل	$BG \cong CF$
SSS	$\Delta ACF \cong \Delta EGB$

---

20) أكتبُ كيفَ أتحققُ مِنْ تطابقِ مثلثَينِ بثلاثةِ أضلاع، أَوْ ضلعَينِ وزاويةٍ محصورةٍ بينَهُما.

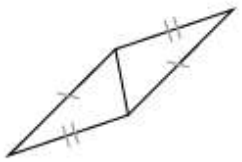
يمكن التحقق من تطابق المثلثين عن طريق مقارنة الأضلاع المتناظرة في المثلثين مع بعضها.

ومقارنة الزوايا المتناظرة في المثلثين مع بعضها.

أسئلة كتاب التمارين :

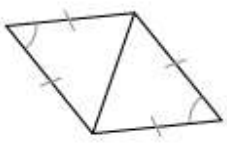
أحددُ المسلمةَ الّتي تساعدُني على إثباتِ تطابقِ كلِّ زوج مِنَ المثلثاتِ الآتيةِ:

1

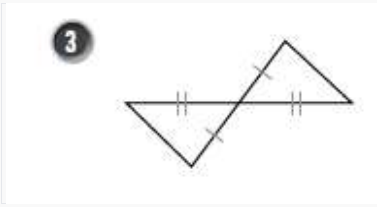


1) SSS : من المعطيات واضح أن هناك ضلعان متطابقان ، ونلاحظ أن هناك ضلع مشترك.

2



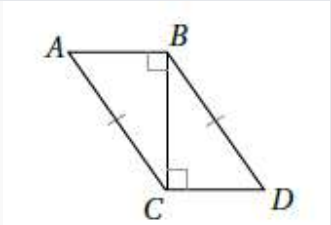
2) SAS : من المعطيات واضح أن كل مثلث يحوي ضلعان متطابقان وزاوية محصورة متطابقة مع المثلث الآخر.



3) SAS : من المعطيات واضح أن كل مثلث يحوي ضلعان متطابقان وزاوية محصورة متطابقة مع المثلث الآخر.
ملاحظة : قمنا بمعرفة أن الزاويتين متطابقتين عن طريق التقابل بالرأس.

---

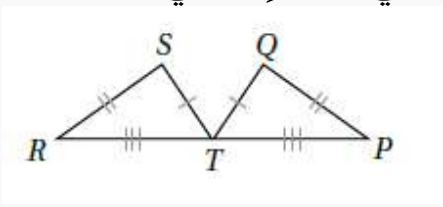
4) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛ لأثبتَ أنَّ $\Delta ABC \cong \Delta DCB$.



المبررات	العبارات
زاوية قائمة	$\angle ABC \cong \angle DCB$
معطى(وتر)	$AC \cong BD$
ضلع مشترك	BC
HL	$\Delta ABC \cong \Delta DCB$

---

5) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ ذي عمودَينِ؛



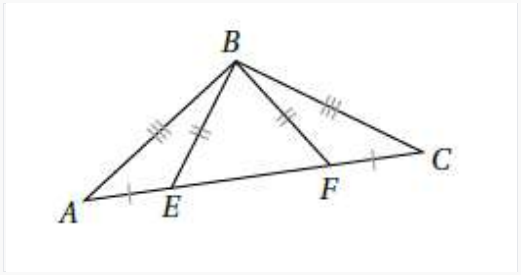
لأثبتَ أنَّ $\Delta RST \cong \Delta PQT$.

المبررات	العبارات
معطى	$RS \cong PQ$
معطى	TS ≅ TQ
معطى	$RT \cong PT$
SSS	$\Delta RST \cong \Delta PQT$

---

6) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهمي ؛

لأثبتَ أنَّ $\Delta AFB \cong \Delta CEB$.



$AB \cong CB$ معطى ← ↘

$EF+AE=EF+FC$ ← $EF \cong EF$ ← $FB \cong EB$ ← ΔAFB

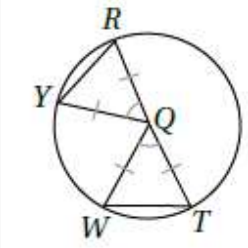
نتيجة — مشترك ضلع — معطى ≅ ΔCEB معطى

$AE \cong CF$ SSS ← ↗

---

7) أستعملُ المعلوماتِ المعطاةَ في الشكلِ الآتي لكتابةِ برهانٍ سهميّ؛

لأثبتَ أنَّ $\Delta QWT \cong \Delta QYR$:



$QY \cong QW$ معطى ↘

$RQY \cong \Delta WQT$ ← ← ← $QR \cong QT$ معطى

$\angle RQY \cong \angle TQW$ SAS ← ↗

مـ عطى

إذا كان

$\Delta ABC \cong \Delta KLM$, $AB=7cm$, $\angle B = 60°$, $\angle A= 40°$

فأجدُ كلَّ ممّا يأتي:

ملاحظة مساعدة في الحل : دون الحاجة للرسم يمكننا مقارنة الأحرف المتناظرة حسب التسمية فمثلاً في المثلثين المعطيين

: $\angle A \cong \angle K \angle B \cong L \angle C \cong \angle MAB \cong KLBC \cong LMAC \cong KM$

8) $\angle L$ =60°

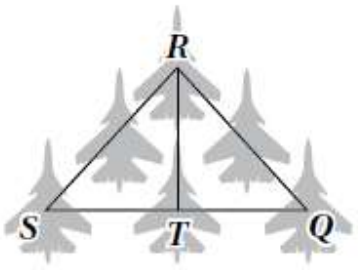
9) $\angle K$ =40°

10) $\angle M$ = 80° 180 مجموع زوايا المثلث ( )

11) KL =7cm

---

12)تبدو الطائراتُ في العرضِ الجوّيّ كأنَّها مثلثَينِ بينَهُما ضلعٌ مشتركٌ. أكتبُ برهانًا ذا عمودَينِ أثبتُ فيهِ أنَّ $\Delta SRT \cong \Delta QRT$ حيث T نقطة منتصف SQ و $SR \cong QR$.



العبارات	المبررات
ST≅ QT	لأن T نقطة المنتصف
RT	ضلع مشترك
SR≅QR	معطى
$\Delta SRT \cong \Delta QRT$	SSS

المعلم الالكتروني الشامل