تحليلُ ثلاثياتِ الحدود $x2+ bx+c$

أتحقق من فهمي 1 : أحلل ما يأتي:

1) $x2+ 11x + 10$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 10 ومجموعهما 11.

$x2+ 11x + 10 = (x+5)(x+6)$

---

2) $x2 + 9x + 14$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما14 ومجموعهما 9.

$x2 + 9x + 14 = (x+7)(x+2)$

أتحقق من فهمي 2 : أحلل ما يأتي :

1) $y2- 5y + 6$

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 6 ومجموعهما 5. -

$y2- 5y + 6 = (y-3)(y-2)$

---

2) $x2 - 11x + 30$

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 30 ومجموعهما 11 -

$x2 - 11x + 30 = (x-6)(x-5)$

أتحقق من فهمي 3 : أحلل ما يأتي :

1) $x2+ 2x - 8$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 8- و مجموعهما 2 +

$x2+ 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

---

2) $x2 - x - 42$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 42 - و مجموعهما 2 -

$x2-x-42 = (x-7)(x+6)$

يمثلُ ثلاثيُّ الحدودِ $x2-25x +100$ مساحةَ بابٍ مستطيلِ الشكلِ بالمترِ المربعِ. إذا كانَ عرضُ البابِ $(x-5)$ مترًا، فأجدُ كلًّ مِنْ طولِهِ ومحيطِهِ بدلالةِ x.

الحل :

مساحة الباب = طوله*عرضه.

ومنه :

$A=L*Wx2-25x+100=L*(x-5)(x-5)(x-20) = L* (x-5)(x-5)(x-20)(x-5) = L* (x-5)(x-5)x-20=L$

الآن نجد المحيط :

$P=2l+2w = 2(x-20) + 2(x-5) =2((x-20)+(x-5)) =2 (2x-25) =4x-50$

أتدرب وأحل المسائل :

أحلُ كلَّ ممّا يأتي:

1) $x2 + 2x -24$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 24- ومجموعهما 2. +

$x2 + 2x -24 = (x-4)(x+6)$

---

2) $y2 +3y -10$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 10- ومجموعهما 3. +

$y2 +3y -10 =(y-2)(y+5)$

---

3) $x2+29x +100$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 100 ومجموعهما 29.

$x2+29x +100 = (x+25)(x+4)$

---

4) $w2-6w + 8$

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 8 ومجموعهما 6. -

$w2-6w + 8 = (w-2)(w-4)$

---

5) $-10q+q2+21$

نرتب المسألة أولاً لتصبح $q2-10q+21$:

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 21 ومجموعهما 10 -

$q2-10q+21 = (q-7)(q-3)$

---

6) $y2+20y +100$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 100 ومجموعهما 20 .

$y2+20y +100 = (y+10)(y+10)$

---

7) $a2 + 5a + 6$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 6 ومجموعهما 5 .

$a2 + 5a + 6 = (a+3)(a+2)$

---

8) $w2-9w -10$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 10- ومجموعهما 9 . -

$w2-9w -10 =(w-10)(w+1)$

---

9) $x2 + x -30$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 30 - ومجموعهما 1 . +

$x2 + x -30 = (x+6)(x-5)$

---

10) $13y +30 + y2$

أولاً نرتب المسألة لتصبح $y2+13y+30$:

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 30 ومجموعهما 13 .

$y2+13y+30 = (y+3)(y+10)$

---

11) $w2 +11w +18$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 18 ومجموعهما 11 .

$w2 +11w +18 =(w+9)(w+2)$

---

12) $t2-t -90$
نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 90 - ومجموعهما 1 . -
$t2-t -90 = (t-10)(t+9)$

---

13) $f2 + 22f + 21$
نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 21 ومجموعهما 22 .
$f2 + 22f + 21 =(f+21)(f+1)$

---

14) $h2 -h -72$
نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 72 - ومجموعهما 1 . -
$h2 -h -72 = (h-9)(h+8)$

---

15) $m2 -18m+81$
نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 81 ومجموعهما 18 -
$m2 -18m+81 = (m-9)(m-9)$

يمثلُّ كلُّ ثلاثيّ حدودٍ ممّا يأتي مساحةَ مستطيلٍ بالمترِ المربع. أجدُ مقدارَينِ جبريَّينِ يمثلانِ طولً وعرضًا ممكنَينِ لكلِّ مستطيلٍ.

ملاحظة مساعدة للحل : لإيجاد الطول والعرض للمساحات المعطاة ، نحلل المقادير فقط بحيث نحصل على حاصل ضرب مقادرين أحدهما يمثل الطول والآخر يمثل العرض.
نطبق على القواعد السابقة

16) $x2 + x - 72 = (x+9)(x-8)$
17) $x2 - 8x - 9 = (x+1)(x-9)$
18) $x2 + 2x - 48 = (x+8)(x-6)$

أحللُ كلَّ ممّا يأتي:

19) $3x3\ y+\ 18x2y-21xy\ = 3xy(x2+6x-7)$ $= 3xy(x+7)(x-1)$

20) $2x3-\ 2x2-\ 4x\ = 2x(x2-x-2)$ $= 2x(x-2)(x+1)$

21) $2x3-\ 4x2-6x = 2x(x2-2x-3)$ $=2x(x-3)(x+1)$

22) $5x3\ y-\ 35x2y+50xy = 5xy\ (x2-7x+10)$ $= 5xy(x-5)(x-2)$

23) $3x3-\ 6x2\ -\ 9x = 3x(x2-2x-3)$ $= 3x(x-3)(x+1)$

24) $4x3-8x2-12x = 4x(x2-2x-3)$ $= 4x(x-3)(x+1)$

(25صحةٌ : تقومُ مؤسسةُ الحسينِ للسرطانِ بحملةِ توعيةٍ بأهميةِ الفحصِ المبكرِ للسرطانِ، عَنْ طريقِ لوحاتٍ إعلانيةٍ مستطيلةِ الشكلِ على الطّرقاتِ. إذا كانت مساحة إحدى هذهِ اللوحاتِ $x2+14+48$ مترًا مربعًا وعرضُها $x+6$ مترًا، فأجدُ طولَ اللوحةِ ومحيطَها بدلالةِ x

الحل:

أولاً بما أننا نعلم العرض والمساحة ، إذن يمكن أن نجد الطول عن طريق تحليل المساحة كالتالي :

$(x2+14x+48) = (x+6)(x+8)$

بما أن العرض يساوي $(x+6)$ إذاً الطول يساوي. $(x+8)$

ثانياً : نجد المحيط حيث

$p = 2l+2w$ $=2(x+8) + 2(x+6)$ $= 2x+16 +2x+12$ $=4x+2$
$8 = 4(x+7)$

ورقٌ صحيٌّ: علبةُ ورقٍ صحيّ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، حجمُهُ $x3+5x2+4x$ سنتيمترًا مكعبًا. أجدُ قياسًا ممكنًا لكلٍّ مِنْ طولِ العلبةِ وعرضِها وارتفاعِها بدلالةِ x.

الحل :
$x3+5x2+4x = x(x2+5x+4)$ $=x(x+4)(x+1)$
حيث يمكن أن يمثل الطول $(x+4)$ ويمكن أن يمثل العرض $(x+1)$ والإرتفاع يساوي x

---

تبريرٌ: أجدُ القيمَ الممكنةَ للعددِ الصحيح m في كلٍّ ممّا يأتي، بحيثُ يكونُ ثلاثيُّ الحدودِ قابلًا للتحليلِ، ثُمَّ أحلّلُهُ:
27) $x2+ mx -15$
لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضربها 15 وهي{5,3} {15,1} :
وبما أن ال 15 سالبة فإن العددين مختلفين في الإشارة.
ومنه فإن القيم الممكنة لـ m هي كالتالي:
1) $x2+ mx -15 = x2+ (15+-1)x -15 = x2+ 14x -$
152) $x2+ mx -15 = x2+ (1+-15)x -15 = x2- 14x -$
153) $x2+ mx -15 = x2+ (5+-3)x -15 = x2+ 2 x-$
154) $x2+ mx -15 = x2+ (3+-5)x -15 = x2- 2 x-15$

28) $x2 -7x + m$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل جمعها 7- وهي :

1) $x2 -7x + m = x2 (-4-3)x + (-4*-3)$

$=x2 -7x +122)x2 -7x + m = x2 (-5-2)x + (-5*-2)$ 3)

$=x2 -7x +103) x2 -7x + m = x2 (-1-6)x + (-1*-6)$

$=x2 -7x +64)x2 -7x + m = x2 (-10+3)x + (-10*3)$

$= x2 -7x -30 5)x2 -7x + m = x2 (-9+2)x + (-9*2)$

$=x2 -7x -18$

---

29)تحدٍّ: أحللُ المقدارَ. $(x-3)2-2(x-3)-8$

الحل يمكن معاملة $(x-3)$ كمتغير منفرد ولتسهيل الفكرة نفرض أن $y=x-3$

ومنه يصبح المقدار الجبري كالتالي:

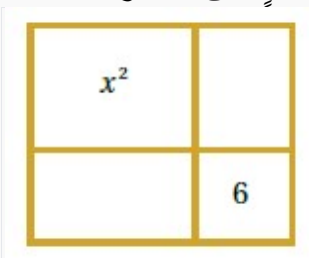
$y2-2y -8 = (y-4)(y+2)$

الآن نرجع القيم الأصلية بدلاً من y.

$= (x-7)(x-1)$ $(y-4)(y+2) = (x-3-4)(x-3+2)$

---

30) تحدٍّ: في الشكلِ المجاورِ مستطيلٌ بُعداهُ $x+a$, $x+b$ ، قُسِّمَ إلى أربعةِ أجزاءٍ مساحةُ اثنَينِ منها $x2$ و 6 وحدات مربعة ، أبيّنُ أنّهُ توجدُ قيمتانِ ممكنتانِ لكلٍّ مِنْ a و. b

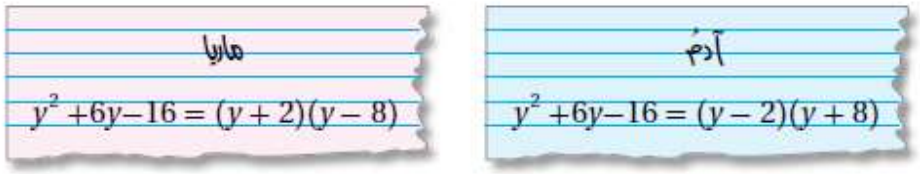


المساحة الأولى هي مربع وتساوي $x2$ حيث يمثل طول ضلع هذا المربعx

المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025

المساحة الأولى هي مستطيل وتساوي 6 واحتماليات أبعاده الممكنة هي
$L=3$, $W=2L=6$, $W=1$
وعليه فإن الاحتمالات الممكنة لأبعاد المربع هي:
$(x+3)(x+2)$, $(x+6)(x+1)$

(31أكتشفُ الخطأَ: حلَ كلٌّ مِنْ آدمَ وماريا العبارةَ $y2+6y-16$ مَنْ منهُما إجابتُهُ صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.



الحل الصحيح هو حل آدم حيث اختار عددان ضربهما 16- ومجموعهما 6+
بينما أخطأت ماريا وذلك لأنها اختارت عددين مجموعهما 6- وليس 6+

أكتب : كيفَ أحددُ قيمةَ كلٍّ مِنْ m و n عند تحليل $y2-3y-4$ على صورةِ $(y+m)(y+n)$.

-إذا كانت إشارة الحد الأخير موجبة فإن لـ m و n نفس الإشارة (سواء موجبة أو سالبة)ويعتمد تحديد الإشارة على إشارة الحد الأوسط.
-إذا كانت إشارة الحد الأخير سالبة فإن لـ m و n إشارتين مختلفتين ويعتمد تحديد الإشارة على إشارة الحد الأوسط ،

أسئلة كتاب التمارين

أحلُ كلَّ ممّا يأتي:

تذكر : إذا كانت المعادلة على صورة $x2+bx+c$ ، فإننا نبحث عن عددين
حاصل ضربهما c
ومجموعهما b

1) $x2+2x+1=(x+1)(x+1)$

2) $x2 + 9x + 20 = (x+5)(x+4)$

3) $x2 + 8x + 7 = (x+7)(x+1)$

4) $x2- 7x + 10 = (x-5)(x-2)$

5) $x2- 5x -6 = (x-2)(x-3)$

6) $x2 + 3x -40 = (x+8)(x-5)$

7) $x2 + 16x -17 = (x+17)(x-1)$

8) $100 + x2 - 29x = x2-$ $29x+100$ $= (x-25)(x-4)$

9) $x2 + 99x -100 = (x+100)(x-1)$

أجدُ جميعَ القيمِ الممكنةِ للعددِ الصحيح m بحيثُ يكونُ المقدارُ الجبريُّ قابلً للتحليلِ:

10) $x2+ mx + 6$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضربها 6 وهي :

{2,3}{6,1}

وبما أن ال 6 موجبة فإن العددين متشابهين في الإشارة . ومنه فإن الاحتمالات الممكنة هي:

1) $x2+ mx +6 = x2+ (2+3)x +6 = x2+ 5x +62)$ $x2+ mx +6 = x2+ (6+1)x +6 = x2+7x +6$

---

11) $x2 +mx - 10$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضربها 10 وهي :

{1,10}{2,5}

وبما أن ال 10- سالبة فإن العددين مختلفين في الإشارة . ومنه فإن الاحتمالات الممكنة هي:

1) $x2+ mx -10 = x2+ (1+-10)x -15 = x2- 9x -102)$ $x2+ mx - 10 = x2+ (10+-1)x -15 = x2+9x -103)$

$x2+ mx$ -104) $x2+ 3\ x$ -15 = $x2+ (5+-2)x$ +2= 10
$x2-3\ x$-10 = $x2+ (2+-5)x$ -15 = 10

---

12) $x2 -7x + m$, $m > 0$
لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل جمعها 7 -
1) $x2 -7x + m$ =$x2$ (-4-3)x + (-4*-
3) =$x2 -7x +122$)$x2 -7x + m$ =$x2$ (-5-
$x2 -7x +103$) $x2$ - =$x2 -7x$ +6
2)x + (-5*-2)
$7x + m$ =$x2$ (-1-6)x + (-1*-6)

---

13)ماءٌ: خزانُ ماءٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ حجمُهُ$2x3 + 4x2-30x$ مترًا مكعبًا. إذا كانَ ارتفاعُ الخزّانِ $2x$ مترًا، فأجدُ بُعدَينِ ممكنَينِ لقاعدتِهِ بدلالةِx.
الحل :
لإيجاد بعدين لقاعدته نحلل المقدار المعبر عن حجمه كالتالي:
$2x3 + 4x2-30x = 2x(x2+2x-$
15) $= 2x(x+5)(x-3)$
حيث $2x$ يعبر عن الارتفاع ، و $(x+5)$ يعبر عن عن الطول و $(x-3)$ يعبر عن العرض.

---

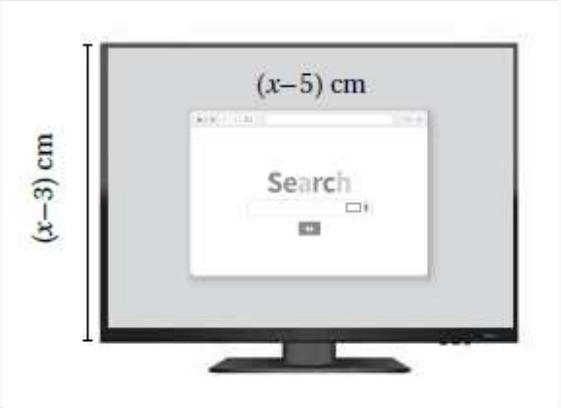
14)أجدُ مقدارًا جبريًّا يمكنُ أَنْ يمثلَ محيطَ مستطيلٍ مساحتُهُ $x2+14x+24$ وحدةً مربعةً.

الحل : لنجد المحيط يجب أن نجد الطول والعرض عن طريق التحليل ، ثم نطبق على قانون محيط المستطيل كالتالي.
$x2+14x +24 = (x+12)(x+2)P= 2L+2w$ =2$(x+12)$ + 2$(x+2)$
= 2x+24 +2x+4 =4x+28 =4$(x+7)$

(15تبريرٌ: إذا كانَتْ مساحةُ غرفةٍ ($x2+22x+121$) مترًا مربعًا، فَهَلْ يمكنُ أَنْ تكونَ الغرفةُ مربعةَ الشكلِ؟ أبرّرُ إجابتي.

الحل:
باختصار نحلل المقدار ، فإذا حصلنا على بعدين متساويين فإنه يمثل مربع.
$x2+22x+121 = (x+11)(x+11)$
وعليه فإن المقدار يمثل مربع.

حواسيبُ: يظهرُ على شاشةِ الحاسوبِ المجاورةِ نافذةُ برنامج مصغَّرةٌ مساحتُها $x2-15+8x$ سنتيمترًا مربعًا:



(16أجدُ ارتفاعَ نافذةِ البرنامج بدلالةِ x
أولاً نجد عرض النافذة عن طريق تحليل مقدار المساحة الخاص بها:

$x2-8x+15 = (x-5)(x-3)$
وعليه فإن عرض النافذة يساوي عرض الشاشة ويساوي $x-3$ ومنه فإن النافذة غير مرتفعة حيث ارتفاعها يساوي صفر

(17إذا كانَتْ مساحةُ نافذةِ البرنامج تساوي 14 مساحةِ الشاشةِ، فأجدُ طولَ الشاشةِ.
$x2-8x+15 = (x-3)*L4(x-3)(x-5)\ (x-3)= (x-3)\ *L4\ (x-3)x-5 = L4L = 4(x-5)$