تحليلُ ثلاثياتِ الحدود $x2+ bx+c$

أتحقق من فهمي 1 : أحلل ما يأتي:

1) $x2+ 11x + 10$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 10 ومجموعهما 11.

$x2+ 11x + 10 = (x+5)(x+6)$

---

2) $x2 + 9x + 14$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما14 ومجموعهما 9.

$x2 + 9x + 14 = (x+7)(x+2)$

أتحقق من فهمي 2 : أحلل ما يأتي :

1) $y2- 5y + 6$

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 6 ومجموعهما 5. -

$y2- 5y + 6 = (y-3)(y-2)$

---

2) $x2 - 11x + 30$

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 30 ومجموعهما 11 -

$x2 - 11x + 30 = (x-6)(x-5)$

أتحقق من فهمي 3 : أحلل ما يأتي :

1) $x2+ 2x - 8$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 8- و مجموعهما 2 +

$x2+ 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

---

2) $x2 - x - 42$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 42 - و مجموعهما 2 -

$x2-x-42 = (x-7)(x+6)$

يمثلُ ثلاثيُّ الحدودِ $x2-25x+100$ مساحةَ بابٍ مستطيلِ الشكلِ بالمترِ المربع. إذا كانَ عرضُ البابِ $(x-5)$ مترًا، فأجدُ كلًّ مِنْ طولِهِ ومحيطِهِ بدلالةِ x.

الحل :

مساحة الباب = طوله*عرضه.

ومنه :

$A=L*Wx2-25x+100=L*(x-5)(x-5)(x-20) = L* (x-5)(x-5)(x-20)(x-5) = L* (x-5)(x-5)x-20=L$

الآن نجد المحيط :

$P=2l+2w = 2(x-20) + 2(x-5) =2((x-20)+(x-5)) =2 (2x-25) =4x-50$

أتدرب وأحل المسائل :

أحلُ كلًّ ممّا يأتي:

1) $x2 + 2x -24$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 24- ومجموعهما 2. +

$x2 + 2x -24 = (x-4)(x+6)$

---

2) $y2 +3y -10$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 10- ومجموعهما 3. +

$y2 +3y -10 =(y-2)(y+5)$

---

3) $x2+29x +100$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 100 ومجموعهما 29.

$x2+29x +100 = (x+25)(x+4)$

---

4) $w2-6w+8$

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 8 ومجموعهما 6. -

$w2-6w+8=(w-2)(w-4)$

---

5) $-10q+q2+21$

نرتب المسألة أولاً لتصبح $q2-10q+21$:

نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 21 ومجموعهما 10 -

$q2-10q+21=(q-7)(q-3)$

---

6) $y2+20y+100$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 100 ومجموعهما 20 .

$y2+20y+100=(y+10)(y+10)$

---

7) $a2+5a+6$

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 6 ومجموعهما 5 .

$a2+5a+6=(a+3)(a+2)$

---

8) $w2-9w-10$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 10- ومجموعهما 9 . -

$w2-9w-10=(w-10)(w+1)$

---

9) $x2+x-30$

نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 30 - ومجموعهما 1 . +

$x2+x-30=(x+6)(x-5)$

---

10) $13y+30+y2$

أولاً نرتب المسألة لتصبح $y2+13y+30$:

نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 30 ومجموعهما 13 .

$y2+13y+30=(y+3)(y+10)$

---

11) $w2 + 11w + 18$
نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 18 ومجموعهما 11 .
$w2 + 11w + 18 = (w+9)(w+2)$

---

12) $t2 - t - 90$
نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 90 - ومجموعهما 1 . -
$t2 - t - 90 = (t-10)(t+9)$

---

13) $f2 + 22f + 21$
نبحث عن عددين موجبين ناتج ضربهما 21 ومجموعهما 22 .
$f2 + 22f + 21 = (f+21)(f+1)$

---

14) $h2 - h - 72$
نبحث عن عددين مختلفين في الإشارة ناتج ضربهما 72 - ومجموعهما 1 . -
$h2 - h - 72 = (h-9)(h+8)$

---

15) $m2 - 18m + 81$
نبحث عن عددين سالبين ناتج ضربهما 81 ومجموعهما 18 -
$m2 - 18m + 81 = (m-9)(m-9)$

يمثلُّ كلُّ ثلاثيِّ حدودٍ ممّا يأتي مساحةَ مستطيلٍ بالمترِ المربع. أجدُ مقدارَينِ جبريَّينِ يمثلانِ طولً وعرضًا ممكنَينِ لكلِّ مستطيلٍ.

ملاحظة مساعدة للحل : لإيجاد الطول والعرض للمساحات المعطاة ، نحلل المقادير فقط بحيث نحصل على حاصل ضرب مقادرين أحدهما يمثل الطول والآخر يمثل العرض.
نطبق على القواعد السابقة

16) $x2 + x - 72 = (x+9)(x-8)$
17) $x2 - 8x - 9 = (x+1)(x-9)$

18) $x2 + 2x - 48 = (x+8)(x-6)$

أحلُ كلَّ ممّا يأتي:

19) $3x3\ y+ 18x2y-21xy = 3xy(x2+6x-7) = 3xy(x+7)(x-1)$

20) $2x3- 2x2- 4x = 2x(x2-x-2) = 2x(x-2)(x+1)$

21) $2x3- 4x2-6x = 2x(x2-2x-3) =2x(x-3)(x+1)$

22) $5x3\ y- 35x2y+50xy = 5xy\ (x2-7x+10) = 5xy(x-5)(x-2)$

23) $3x3- 6x2 - 9x = 3x(x2-2x-3) = 3x(x-3)(x+1)$

24) $4x3-8x2-12x = 4x(x2-2x-3) = 4x(x-3)(x+1)$

(25صحةٌ : تقومُ مؤسسةُ الحسينِ للسرطانِ بحملةِ توعيةٍ بأهميةِ الفحصِ المبكرِ للسرطانِ، عَنْ طريقِ لوحاتٍ إعلانيةٍ مستطيلةِ الشكلِ على الطّرقاتِ. إذا كانت مساحة إحدى هذهِ اللوحاتِ $x2+14+48$ مترًا مربعًا وعرضُها $x+6$ مترًا، فأجدُ طولَ اللوحةِ ومحيطَها بدلالةِ x

الحل:

أولاً بما أننا نعلم العرض والمساحة ، إذن يمكن أن نجد الطول عن طريق تحليل المساحة كالتالي :

$(x2+14x+48) = (x+6)(x+8)$

بما أن العرض يساوي $(x+6)$ إذاً الطول يساوي. $(x+8)$

ثانياً : نجد المحيط حيث

$p = 2l+2w \quad =2(x+8) + 2(x+6) \quad = 2x+16 +2x+12 \quad =4x+2$

$8 = 4(x+7)$

ورقٌ صحيٌّ: علبةُ ورقٍ صحيّ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ، حجمُهُ $x3+5x2+4x$ سنتيمترًا مكعبًا. أجدُ قياسًا ممكنًا لكلٍّ مِنْ طولِ العلبةِ وعرضِها وارتفاعِها بدلالةِ x.

الحل :

$x3+5x2+4x = x(x2+5x+4) \quad =x(x+4)(x+1)$

حيث يمكن أن يمثل الطول $(x+4)$ ويمكن أن يمثل العرض $(x+1)$ والإرتفاع يساوي x

---

تبريرٌ: أجدُ القيمَ الممكنةَ للعددِ الصحيح m في كلٍّ ممّا يأتي، بحيثُ يكونُ ثلاثيُّ الحدودِ قابلً للتحليلِ، ثُمَّ أحللُهُ:

27) $x2+ mx -15$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضربها 15 وهي{5,3} {15,1} :

وبما أن ال 15 سالبة فإن العددين مختلفين في الإشارة.

ومنه فإن القيم الممكنة لـ m هي كالتالي:

1) $x2+ mx -15 = x2+ (15+-1)x -15 = x2+ 14x -$

152) $x2+ mx -15 = x2+ (1+-15)x -15 = x2- 14x -$

153) $x2+ mx -15 = x2+ (5+-3)x -15 = x2+ 2 x-$

154) $x2+ mx -15 = x2+ (3+-5)x -15 = x2- 2 x-15$

28) $x2 -7x + m$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل جمعها 7- وهي :

1) $x2 -7x + m = x2 (-4-3)x + (-4*-3)$

$= x2 -7x +12$ $x2 -7x + m = x2 (-5-2)x + (-5*-2)$

$= x2 -7x +10$ 3) $x2 - 7x + m = x2 (-1-6)x + (-1*-6)$

$= x2 -7x +6$ $x2 -7x + m = x2 (-10+3)x + (-10*3)$

$= x2 -7x -30$ 5) $x2 -7x + m = x2 (-9+2)x + (-9*2)$

$= x2 -7x -18$

---

29) تحدِّ: أحللُ المقدارَ $x2-2(x-3)-8$.

الحل يمكن معاملة $(x-3)$ كمتغير منفرد ولتسهيل الفكرة نفرض أن $y=x-3$

ومنه يصبح المقدار الجبري كالتالي:

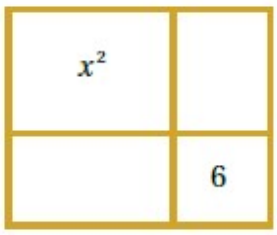
$y2-2y -8 = (y-4)(y+2)$

الآن نرجع القيم الأصلية بدلاً من y.

$(x-7)(x-1) = (x-3-4)(x-3+2) = (y-4)(y+2)$

---

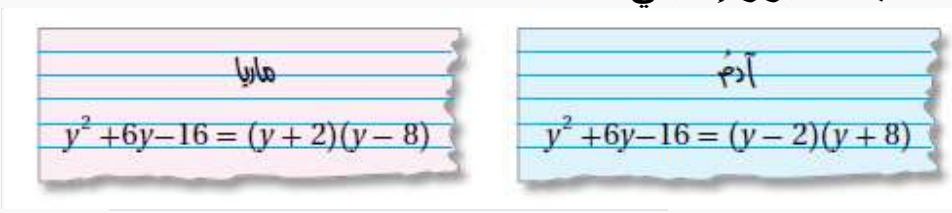
30) تحدِّ: في الشكلِ المجاورِ مستطيلٌ بُعداهُ $x+a$, $x+b$ ، قُسِّمَ إلى أربعةِ أجزاءٍ مساحةُ اثنَينِ منها $x2$ و 6 وحدات مربعة ، أبيّنُ أنّهُ توجدُ قيمتانِ ممكنتانِ لكلٍّ مِنْ a و b.



المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025

المساحة الأولى هي مربع وتساوي $x2$ حيث يمثل طول ضلع هذا المربعx
المساحة الأولى هي مستطيل وتساوي 6 واحتماليات أبعاده الممكنة هي
$L=3$, $W=2L=6$, $W=1$
وعليه فإن الاحتمالات الممكنة لأبعاد المربع هي:
$(x+3)(x+2)$, $(x+6)(x+1)$

(31أكتشفُ الخطأَ: حلَ كلٌّ مِنْ آدمَ وماريا العبارةَ $y2+6y-16$ مَنْ منهُما إجابتُهُ صحيحةٌ؟ أبرّرُ إجابتي.



الحل الصحيح هو حل آدم حيث اختار عددان ضربهما 16- ومجموعهما 6+
بينما أخطأت ماريا وذلك لأنها اختارت عددين مجموعهما 6- وليس 6+

أكتب : كيفَ أحددُ قيمةَ كلٍّ مِنْ m و n عند تحليل $y2-3y-4$ على صورةِ $(y+m)(y+n)$.

-إذا كانت إشارة الحد الأخير موجبة فإن لـ m و n نفس الإشارة (سواء موجبة أو سالبة)ويعتمد تحديد الإشارة على إشارة الحد الأوسط.
-إذا كانت إشارة الحد الأخير سالبة فإن لـ m و n إشارتين مختلفتين ويعتمد تحديد الإشارة على إشارة الحد الأوسط ،

أسئلة كتاب التمارين

أحللُ كلَّ ممّا يأتي:

تذكر : إذا كانت المعادلة على صورة $x2+bx+c$ ، فإننا نبحث عن عددين حاصل ضربهما c

ومجموعهما b

1) $x2 + 2x + 1 = (x+1)(x+1)$

2) $x2 + 9x + 20 = (x+5)(x+4)$

3) $x2 + 8x + 7 = (x+7)(x+1)$

4) $x2- 7x + 10 = (x-5)(x-2)$

5) $x2- 5x -6 = (x-2)(x-3)$

6) $x2 + 3x -40 = (x+8)(x-5)$

7) $x2 + 16x -17 = (x+17)(x-1)$

8) $100 + x2 - 29x = x2-$ $29x+100$ $= (x-25)(x-4)$

9) $x2 + 99x -100 = (x+100)(x-1)$

أجدُ جميعَ القيمِ الممكنةِ للعددِ الصحيح m بحيثُ يكونُ المقدارُ الجبريُّ قابلً للتحليلِ:

10) $x2+ mx + 6$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضربها 6 وهي :

{6,1}{2,3}

وبما أن ال 6 موجبة فإن العددين متشابهين في الإشارة . ومنه فإن الاحتمالات الممكنة هي:

1) $x2+ mx +6 = x2+ (2+3)x +6 = x2+ 5x +62)$ $x2+ mx +6$ $= x2+ (6+1)x +6 = x2+7x +6$

---

11) $x2 +mx - 10$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل ضربها 10 وهي :

{1,10}{2,5}

وبما أن ال 10- سالبة فإن العددين مختلفين في الإشارة . ومنه فإن الاحتمالات الممكنة هي:

1) $x2+ mx -10 = x2+ (1+-10)x -15 = x2- 9x -102$) $x2+ mx -10 = x2+ (10+-1)x -15 = x2+9x -103$) $x2+ mx -10 = x2+ (5+-2)x -15 = x2+ 3 x-104$) $x2+ mx -10 = x2+ (2+-5)x -15 = x2-3 x-10$

---

12) $x2 -7x + m$, $m > 0$

لمعرفة القيم الممكنة ل m يجب أن نعرف أزواج الأعداد الصحيحة التي حاصل جمعها 7 -

1) $x2 -7x + m =x2 (-4-3)x + (-4*-3)$

$=x2 -7x +122)x2 -7x + m =x2 (-5-2)x + (-5*-2)$ 3)

$=x2 -7x +103)$ $x2 -7x +6$

$=x2 (-1-6)x + (-1*-6) = x2 -7x + m$

---

13)ماءٌ: خزانُ ماءٍ على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ حجمُهُ $2x3 + 4x2-30x$ مترًا مكعبًا. إذا كانَ ارتفاعُ الخزّانِ $2x$ مترًا، فأجدُ بُعدَينِ ممكنَينِ لقاعدتِهِ بدلالةِ x.

الحل :

لإيجاد بعدين لقاعدته نحلل المقدار المعبر عن حجمه كالتالي:

$2x3 + 4x2-30x = 2x(x2+2x-15)$

$= 2x(x+5)(x-3)$

حيث $2x$ يعبر عن الارتفاع ، و $(x+5)$ يعبر عن عن الطول و $(x-3)$ يعبر عن العرض.

---

14)أجدُ مقدارًا جبريًّا يمكنُ أَنْ يمثلَ محيطَ مستطيلٍ مساحتُهُ $x2+14x+24$ وحدةً مربعةً.

الحل : لنجد المحيط يجب أن نجد الطول والعرض عن طريق التحليل ، ثم نطبق على قانون محيط المستطيل كالتالي.

$P= 2L+2w =2(x+12) + 2(x+2)$

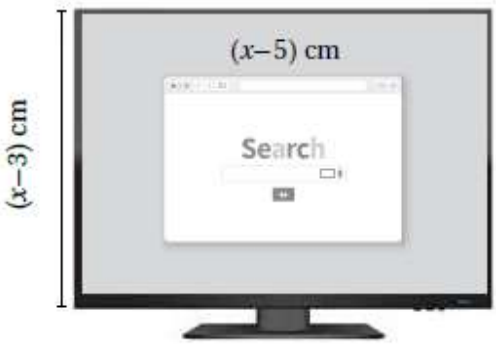
$= 2x+24 +2x+4 =4x+28 =4(x+7)$

$x2+14x +24 = (x+12)(x+2)$

(15تبريرٌ: إذا كانَتْ مساحةُ غرفةٍ ($x2+22x+121$) مترًا مربعًا، فَهَلْ يمكنُ أَنْ تكونَ الغرفةُ مربعةَ الشكلِ؟ أبرّرُ إجابتي.

الحل:
باختصار نحلل المقدار ، فإذا حصلنا على بعدين متساويين فإنه يمثل مربع.
$x2+22x+121 = (x+11)(x+11)$
وعليه فإن المقدار يمثل مربع.

حواسيبُ: يظهرُ على شاشةِ الحاسوبِ المجاورةِ نافذةُ برنامج مصغَّرةٌ مساحتُها $x2-8x+15$ سنتيمترًا مربعًا:



(16أجدُ ارتفاعَ نافذةِ البرنامج بدلالةِ x
أولاً نجد عرض النافذة عن طريق تحليل مقدار المساحة الخاص بها:

$x2-8x+15 = (x-5)(x-3)$
وعليه فإن عرض النافذة يساوي عرض الشاشة ويساوي $x-3$ ومنه فإن النافذة غير مرتفعة حيث ارتفاعها يساوي صفر

(17إذا كانَتْ مساحةُ نافذةِ البرنامج تساوي 14 مساحةِ الشاشةِ، فأجدُ طولَ الشاشةِ.
$x2-8x+15 = (x-3)*L4(x-3)(x-5)\ (x-3)= (x-3)\ *L4\ (x-3)x-5 = L4L = 4(x-5)$