

المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025

حالات خاصة من التحليل

أتحقق من فهمي 1 : أحل كل مما يأتي:

$$3) x^2 - 100 = x^2 - 10^2 \quad = (x-10)(x+10)$$

$$4) 100y^2 - 36 = (10y)^2 - 6^2 \quad = (10y-6)(10y+6)$$

$$5) 81d^2 - 49r^2 = (9d)^2 - (7r)^2 \quad = (9d-7r)(9d+7r)$$

$$6) 64c^2 - 1 = (8c)^2 - 1^2 \quad = (8c-1)(8c+1)$$

أتحقق من فهمي 1 : أحل كل مما يأتي:

$$4) b^4 - c^4 = (b^2)^2 - (c^2)^2 \quad = (b^2 - c^2)(b^2 + c^2) \quad = (b-c)(b+c)(b^2 + c^2)$$

$$5) 6w^3 - 24w = 6w(w^2 - 4) \quad = 6w(w-2)(w+2)$$

$$6) 4m^4 - 9m^2 + 8m^2k - 18k = (4m^4 - 9m^2) + (8m^2k - 18k) \quad = m^2(4m^2 - 9) + 2k(4m^2 - 9) \quad = (4m^2 - 9)(m^2 + 2k) \quad = (2m-3)(2m+3)(m^2 + 2k)$$



أعمال فنية: صنع مراد إطار صورة خشبيًا دائريًا كما في الشكل المجاور. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل مساحة الإطار الخشبي، ثم أحله.

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025

الحل :

مساحة الإطار الخشبي = مساحة الدائرة الكبرى $A1$ مساحة الدائرة الصغرى $A2$

حيث : 1- نصف قطر الدائرة الكبرى يساوي. 30

2- نصف قطر الدائرة الصغرى يساوي. x

$$A = A1 - A2 = \pi(r1)^2 - \pi(r2)^2 = \pi 30^2 - \pi x^2 = 900\pi - \pi x^2 = \pi (900 - x^2) = \pi (30 - x)(30 + x)$$

أحدد ما إذا كانت كل ثلاثية حدودٍ مما يأتي تمثل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت تمثلها فأحلها:

3) $x^2 - 24x + 144$

يمكن أن نحدد ثلاثية الحدود التي تمثل مربعاً كاملاً باختبار الحدود الثلاثة كالتالي:

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم

2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم

3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \times x \times 12$ ؟ نعم

إذا الثلاثية تمثل مربعاً كاملاً وتمثيلها كالتالي :

$$x^2 - 24x + 144 = (x - 12)(x - 12)$$

4) $4x^2 - 12x + 9$

يمكن أن نحدد ثلاثية الحدود التي تمثل مربعاً كاملاً باختبار الحدود الثلاثة كالتالي:

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم

2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم

3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \times 2x \times 3$ ؟ نعم

إذا الثلاثية تمثل مربعاً كاملاً وتمثيلها كالتالي :

$$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)(2x - 3)$$

5) $x^2 + 25x + 125$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم

2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025

3- هل الحد الأوسط يساوي $25x = 15x \cdot 2$:
إذا الثلاثية تمثل مربعاً كاملاً وتمثيلها كالتالي :
$$x^2 + 25x + 125 = (x+15)(x+15)$$

أتدرب وأحل المسائل.

أحل كل مما يأتي:

- 1) $u^2 - 64 = (u-8)(u+8)$
- 2) $19x^2 - 125 = (13x-15)(13x+15)$
- 3) $36y^2 - 1 = (6y-1)(6y+1)$
- 4) $v^4 - 625r^2 = (v^2-25r)(v^2+25r)$
- 5) $a^2 - w^2z^2 = (a-wz)(a+wz)$
 $= (7-4y)(7+4y)$
- 6) $-16y^2 + 49 = 49 - 16y^2$

أحل كل مما يأتي:

- 7) $ab^2 - 100a = a(b^2-100) = a(b-10)(b+10)$
- 8) $x - x^3 = x(1-x^2) = x(1-x)(1+x)$
- 9) $12b^3 + 2b^2 - 192b - 32 = (12b^3 + 2b^2) + (-192b - 32)$
 $= 2b^2(6b+1) - 32(6b+1)$
 $= (6b+1)(2b^2 - 32)$
 $= (6b+1)2(b^2 - 16)$
 $= 2(6b+1)(b-4)(b+4)$
- 10) $d^3 - 5d^2 - 100d + 500 = (d^3 - 5d^2) + (500 - 100d)$
 $= d^2(d-5) + 100(5-d)$
 $= d^2(d-5) - 100(d-5)$

المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025

$$\begin{aligned} &= (d-5)(d-2) \\ &= (d-5)(d-10)(d+10) \end{aligned}$$

5)

100)

أحد أن كل ثلاثية حدود مما يأتي تمثل مربعاً كاملاً أم لا، وإذا كانت تمثله فأحلها:

11) $w^2 - 18w + 81$

- 1- هل الحد الاول مربع كامل ؟ نعم
 - 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
 - 3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot w \cdot 9$ ؟ نعم
- إذا الثلاثية تمثل مربعاً كاملاً وتمثيلها كالتالي :
- $$w^2 - 18w + 81 = (w-9)(w-9) = (w-9)^2$$

- 12) $x^2 + 2x - 1$
- هل الحد الاول مربع كامل ؟ نعم
- 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ لا ، لأن -1 لا يمكن أن يكون مربع كامل.
- ومنه فإن ثلاثية الحدود هنا لا تمثل مربعاً كاملاً

- 13) $y^2 + 8y + 16$
- 1- هل الحد الاول مربع كامل ؟ نعم
 - 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
 - 3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot y \cdot 4$ ؟ نعم
- $$y^2 + 8y + 16 = (y+4)(y+4) = (y+4)^2$$

- 14) $9x^2 - 30x + 10$
- 1- هل الحد الاول مربع كامل ؟ نعم
 - 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ لا ، لأن 10 لا يمثل مربعاً كاملاً.

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025

ومنه فإن ثلاثية الحدود هنا لا تمثل مربعاً كاملاً

أحل كلِّ ممَّا يأتي:

$$\begin{aligned} 15) \quad 3t^3 + 24t^2 + 48t &= 3t(t^2 + 8t + 16) \\ &= 3t(t+4)(t+4) &= 3t(t+4)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16) \quad 50g^2 + 40g + 8 &= 2(25g^2 + 20g + 4) \\ &= 2(5g+2)(5g+2) &= 2(5g+2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17) \quad 27g^2 - 90g + 75 &= 3(9g^2 - 30g + 25) \\ &= 3(3g-5)(3g-5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18) \quad 18y^2 - 48y + 32 &= 2(9y^2 - 24y + 16) \\ &= 2(3y-4)(3y-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19) \quad 5x^2 - 60x + 180 &= 5(x^2 - 12x + 36) \\ &= 5(x-6)(x-6) \end{aligned}$$

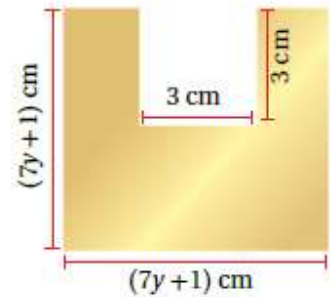
$$\begin{aligned} 20) \quad 16r^3 - 48r^2 + 36r &= 4r(4r^2 - 12r + 9) \\ &= 4r(2r-3)(2r-3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21) \quad 12x^2 - 84x + 147 &= 3(4x^2 - 28x + 49) \\ &= 3(2x-7)(2x-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22) \quad 4x^2 - 80x + 400 &= 4(x^2 - 20x + 100) \\ &= 4(x-10)(x-10) \end{aligned}$$

23) نحاس: يبيِّن الشكلُ المجاورُ صفيحةً مِنَ النحاسِ قبلَ صهرها وتحويلها إلى مستطيلة المساحة نفسها، أجدُ قياسين ممكنين لطول المستطيل وعرضه بدلالة y

المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025



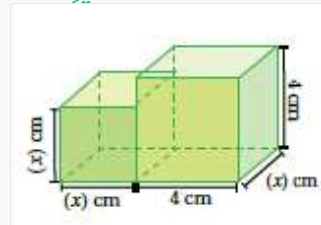
الحل : أولاً نجد مساحة الصفيحة حيث مساحتها عبارة عن نتاج طرح مساحة المربع الصغير من مساحة المربع الكبير:

$$A = A_1 - A_2 = (7y+1)^2 - 3^2 = (7y+1)^2 - 9$$

الآن : لنجد قياسين ممكنين لطول المستطيل الجديد وعرضه نحلل المقدار السابق.

$$(7y+1)^2 - 9 = (7y+1-3)(7y+1+3) = (7y-2)(7y+4)$$

24) يبين الشكل المجاور مخططاً لمستودع تخزين متجاورين. أكتب مقداراً جبرياً يمثل الفرق بين حجمي المستودعين، ثم أحله.



ملاحظة : حجم المستودع $V = l * w * h$

ولإيجاد الفرق بين حجمي المستودعين نطرح حجم المستودع الصغير V_2 من حجم المستودع الكبير V_1 كالتالي:

$$V = V_1 - V_2 = (4 * 4 * x) - (x * x * x) = 16x - x^3 = x(16 - x^2) = x(4-x)(4+x)$$

25) تحدد: مثلث قائم الزاوية مساحته $9y^2 - 16$ وحدة مربعة. أجد قياسين ممكنين لطول قاعدته وارتفاعه بدلالة y .

ملاحظة : مساحة المثلث تساوي $A = \frac{1}{2} * b * h$

المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025

الحل :

$$9y^2 - 16 = (3y - 4)(3y + 4) = 12 \cdot 2 \cdot (3y - 4)(3y + 4) = 12 \cdot (6y - 8)(3y + 4)$$

إذا $(6y - 8)(3y + 4)$ تشكل أبعاد ممكنة.

(26) أكتشف الخطأ: حلّ إبراهيم المقدار $n^2 - 64$ تحليل كامل على النحو الآتي :

$$\begin{aligned} n^2 - 64 &= n^2 - 8^2 \\ &= (n - 8)^2 \end{aligned}$$

X

هل إجابته صحيحة؟ أبرر إجابتي

إجابته خاطئة : لأن تحليل $n^2 - 64 = (n - 8)(n + 8) \neq (n - 8)^2$

(27) تبرير: أصف طريقتين لتبسيط $(2x - 5)^2 - (x - 4)^2$ وأبين أي الطريقتين أسهل، مبرراً إجابتي.

الطريقة الأولى: احلل المقدار كفرق بين مربعين حدين كالتالي :

$$\begin{aligned} (2x - 5)^2 - (x - 4)^2 &= (2x - 5 - x + 4)(2x - 5 + x - 4) \\ &= (x - 1)(3x - 9) \\ &= 3(x - 3)(x - 1) \end{aligned}$$

الطريقة الثانية : نفاك القواس ثم اقوم بعملية التبسيط كالتالي:

$$\begin{aligned} (2x - 5)^2 - (x - 4)^2 &= 4x^2 - 20x + 25 - (x^2 - 8x + 16) \\ &= 4x^2 - 20x + 25 - x^2 + 8x - 16 \\ &= 3x^2 - 12x + 9 \\ &= 3(x^2 - 4x + 3) \\ &= 3(x - 3)(x - 1) \end{aligned}$$

من الواضح أن طريقة التحليل كفرق بين مربعين أسهل.

(28) أكتب طريقة تحليل فرق بين مربعين

الحل : نكتب المقدار بصورة ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما.

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025

أسئلة كتاب التمارين:

أحل كلَّ من المقادير الآتية إلى عواملها:

$$1) a^2 - 49 = (a-7)(a+7)$$

$$2) 100 - w^2 = (10-w)(10+w)$$

$$3) 9y^2 - 36 = 9(y^2 - 4) = 9(y-2)(y+2)$$

$$4) x^2 y^2 - 64 = (xy-8)(xy+8)$$

$$5) r^2 - 0.36m^2 = (r-0.6m)(r+0.6m)$$

$$6) 24c^2 - 6 = 6(4c^2 - 1) = 6(2c-1)(2c+1)$$

$$7) 5y^3 m - 45ym^3 = 5ym(y^2 - 9m^2) = 5ym(y-3m)(y+3m)$$

$$8) w^4 - k^4 = (w^2 - k^2)(w^2 + k^2) = (w-k)(w+k)(w^2 + k^2)$$

$$9) -y^2 + 144x^2 = 144x^2 - y^2 = (12x-y)(12x+y)$$

$$10) 116 y^2 - 49 = (14y-23)(14y+23)$$

$$11) xb^2 - x^3 + y^2 b^2 - y^2 x^2 = (xb^2 - x^3) + (y^2 b^2 - y^2 x^2) = x(b^2 - x^2) + y^2(b^2 - x^2)$$

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025

$$x^2 + y^2(b^2 - x^2) = (b^2 - x^2)(x + y^2)$$

$$\begin{aligned} 12) (3y + 2)^2 - (2y + 3)^2 &= (3y + 2 + (2y + 3))(3y + 2 - (2y + 3)) \\ &= (3y + 2 + 2y + 3)((3y + 2 - 2y - 3)) \\ &= (5y + 5)(y - 1) \\ &= 5(y + 1)(y - 1) \end{aligned}$$

أحدد ما إذا كانت كلُّ ثلاثية حدودٍ ممّا يأتي تمثلُ مربعًا كاملًا أم لا، وإذا كانت تمثلُ فأحلّها:

13) $x^2 + 20x + 100$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم

2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم

3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot x \cdot 10$ ؟ نعم

$$x^2 + 20x + 100 = (x + 10)(x + 10) = (x + 10)^2$$

14) $x^2 + 10x + 16$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم

2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم

3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot 4 \cdot x$ ؟ لا

إذن ليست مربع كامل

15) $y^2 - 16y + 64$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم

2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم

المعلم الالكتروني الشامل 2024 - 2025

3- هل الحد الأوسط يساوي $2*y*8$ ؟ نعم
 $y^2 - 16y + 64 = (y-8)(y-8) = (y-8)^2$

$$16) w^2 + 8w - 16$$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم
2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ لا ، لأن -16 لا يمكن أن يكون مربع كامل لأنه سالب.

إذن ليست مربع كامل

$$17) 4x^2 + 12x + 9$$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم
2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
3- هل الحد الأوسط يساوي $2*2x*3$ ؟ نعم
 $4x^2 + 12x + 9 = (2x+3)(2x+3) = (2x+3)^2$

$$18) 25x^2 + 10x + 1$$

1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم
2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
3- هل الحد الأوسط يساوي $2*5x*1$ ؟ نعم
 $25x^2 + 10x + 1 = (5x+1)(5x+1) = (5x+1)^2$

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025

$$19) 4-4x+x^2 = x^2-4x+4$$

- 1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم
 - 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
 - 3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot x \cdot 2$ ؟ نعم
- $$x^2-4x+4 = (x-2)(x-2) = (x-2)^2$$

$$20) 14w^2 + 6w + 36$$

- 1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم
 - 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
 - 3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot 12w \cdot 6$ ؟ نعم
- $$14w^2 + 6w + 36 = (12w+6)(12w+6) = (12w+6)^2$$

$$21) x^2 + 23x + 19$$

- 1- هل الحد الأول مربع كامل ؟ نعم
 - 2- هل الحد الأخير مربع كامل ؟ نعم
 - 3- هل الحد الأوسط يساوي $2 \cdot x \cdot 13$ ؟ نعم
- $$x^2 + 23x + 19 = (x+13)(x+13) = (x+13)^2$$

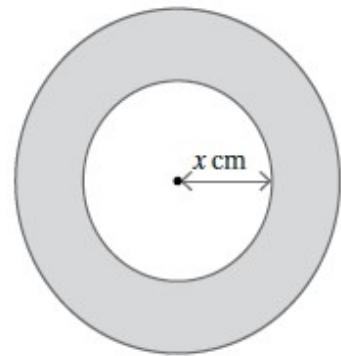
تريد إيمان تغطية جدار مربع الشكل بورق الجدران. إذا كانت مساحة الجدار $(x^2 + 23x + 19)$ مترًا مربعًا ، فأجد أبعاد الجدار بدلالة x

المعلم الإلكتروني الشامل 2024 - 2025



لإيجاد أبعاد الجدار ، نحلل المقدار الجبري المعطى والذي يمثل مساحة الجدار.
 $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

في الشكل المجاور قرص رماية مساحته $\pi cm^2 (x^2 + 6x + 9)$ أجد :



(23) نصف قطر القرص بدلالة x
 (24) عرض المنطقة المظلمة.

الحل :

$$\begin{aligned} 23) A &= \pi r^2 = \pi (x^2 + 6x + 9) \\ \pi r^2 &= \pi (x+3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= \pi (x+3)(x+3) \\ r^2 &= (x+3)^2 \\ r &= (x+3) \text{ cm} \end{aligned}$$

(24) نطرح نصف القطر الصغير x من نصف القطر الكبير $x+3$ كالتالي:
 $24) x+3 - x = 3 \text{ cm}$

المعلم الالكتروني شامل 2024 -
2025

المعلم الالكتروني شامل