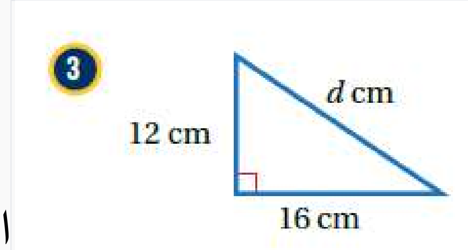
أتحققُ من فهمي 1 : أجدُ طولَ الضلع المجهولَ في كلِّ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ ممّا يأتي

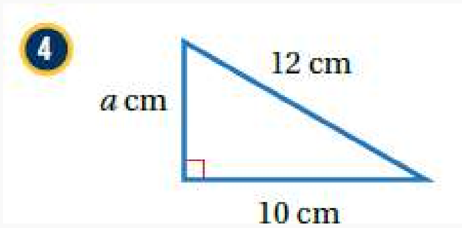


الحل:

لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+b2 = c2122+162=c2144 +256 = c2400 = c2c = \pm400c =\pm20c=20$

ملاحظة : تم إهمال الإشارة السالبة لأنه لا يوجد طول بالسالب.



لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+b2 = c2a2+102=122a2 +100 = 144a2 =44a = \pm44a \approx\pm6.63a=6.63$

ملاحظة : تم إهمال الإشارة السالبة لأنه لا يوجد طول بالسالب.

أتحققُ من فهمي 2 : أحددُ ما إذا كانَ المثلثُ المعطاةُ أطوالُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي قائمَ الزاويةِ أَمْ لا:

ملاحظة مساعدة للحل : دائماً نعتبر الضلع الأطول بالأطوال المعطاة وتراً ، والضلعين الآخرين ساقين.

الحل **3** 12, 5, 13 :

نطبق على نظرية فيثاغورس. كالتالي:

$c2= a2+b2$132= 52+122169 = 25 + 144169 = 169

بما أن الطرفين متساويين ، إذن المثلث قائم الزاوية.

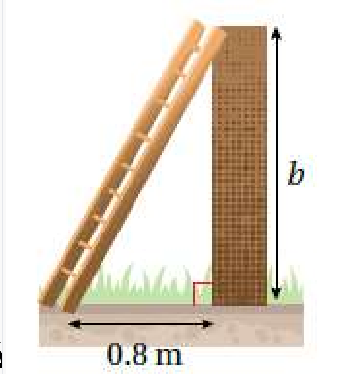
4 24, 18, 25 الحل:

نطبق على نظرية فيثاغورس. كالتالي:

$c2= a2+b2$ 252= 182+242 625 =324 + 576 625 ≠900

بما أن الطرفين غير متساويين ، إذن المثلث غير قائم الزاوية.

أتحققُ من فهمي 3 : يستندُ سلّمٌ طولُهُ 2 m إلى حائطٍ عموديٍّ، وتبعدُ قاعدتُهُ 0.8 m عن الحائط ، أجدُ ارتفاعَ أعلى السلّمِ عَنِ الأرضِ(b)

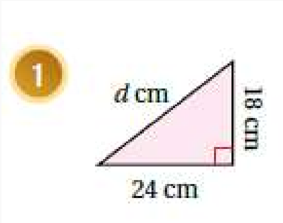


نستخدم فيثاغورس لمعرفة طول b

$c2 = a2 + b222 = 0.82+b2$ $4 = 0.64+b2$ $b2=3.36$ $b = ±3.36$ $b ≈ ±1.83 b≈ 1.83$

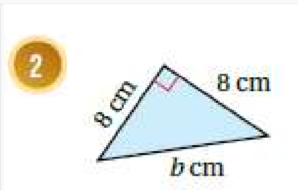
أتدرب وأحل مسائل:

أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في كلِّ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ ممّا يأتي (أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ إذا لزمَ الأمرُ:)



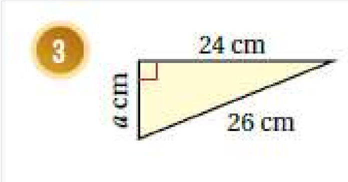
لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+b2 = d2242+182=d2576 + 324 =d2d2 = 900$ $d=±900d =±30$ $d=30$



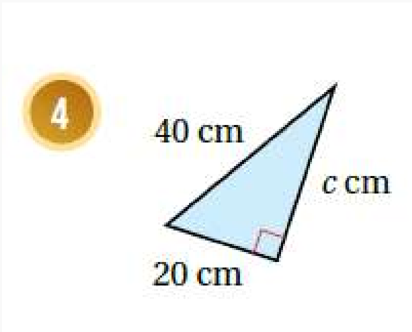
لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+c2 = b282+82=b264 + 64 = b2b2 = 128b=\pm 128b = \pm 11.3\ b=11.3$



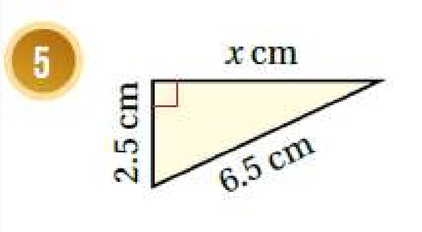
لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+b2 = c2a2+242=262a2 + 576 = 676a2 = 676 -576a2 = 100a = \pm 100a= \pm 10a= 10$



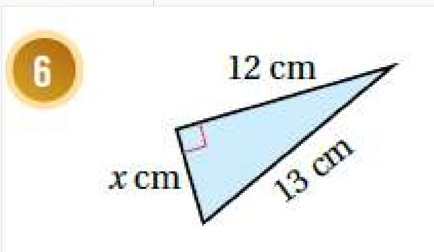
لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+c2 = b2202+c2=402400 + c2 = 1600c2 = 1600 -400c2 = 1200c = \pm 1200c= \pm 34.6c=34.6$



لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+x2 = c22.52+x2=6.526.25 + x2 =42.25x2 =4$
$2.25 - 6.25x2=36x = ±36x= ±6x= 6$



لدينا مثلث قائم الزاوية فيه ضلعان معلومان وضلع مجهول ، إذن نستخدم فيثاغورس كالتالي:

$a2+x2 = c2122+x2=132144 + x2 =169x2 =169 -$
$144x2=25x = ±25x= ±5x= 5$

أحددُ ما إِذا كانَ المثلثُ المعطاةُ أطوالُ أضلاعِهِ في كلٍّ ممّا يأتي قائمَ الزاويةِ أَمْ لا:

ملاحظة مساعدة للحل : دائماً نعتبر الضلع الأطول بالأطوال المعطاة وتراً ، والضلعين الآخرين ساقين.

7 3, 4, 6

نطبق على نظرية فيثاغورس. كالتالي:

$c2=a2+b262= 32+4236 \neq 25$

بما أن الطرفين غير متساويين ، إذن المثلث غير قائم.

8 12, 35, 37

نطبق على نظرية فيثاغورس. كالتالي:

$c2=a2+b2372=122+3521369 = 144 + 12251369 =1369$

بما أن الطرفين متساويين ، إذن المثلث قائم الزاوية.

9 4, 8, 9

نطبق على نظرية فيثاغورس. كالتالي:

$c2=a2+b292=82+4281 = 64 + 1681 \neq 80$

بما أن الطرفين غير متساويين ، إذن المثلث غير قائم.

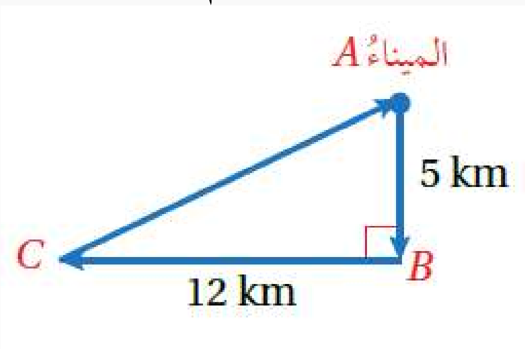
10 11, 60, 61

نطبق على نظرية فيثاغورس. كالتالي:

$c2=a2+b2612=112+6023721 = 121 +36003721 = 3721$

بما أن الطرفين متساويين ، إذن المثلث قائم الزاوية

سُفُنٌ: أبحرَتْ سفينةٌ 5 Kmمن الميناء A باتجاه الجنوب ، ثم 12 Kmباتجاهِ الغربِ، ثُمَّ عادَتْ مباشرةً إلى الميناءِ كما في الشكلِ المجاورِ :



(11أجدُ المسافةَ الّتي قطعَتْها السفينةُ.

لإيجاد المسافة التي قطعته السفينة سنجد أولاً المسافة المباشرة بين الميناء والنقطة c والتي سنرمز لها بالرمز x

وسنجدها مستخدمينَ فيثاغورس كالتالي:

$x2=a2+b2x2=122+52x2 = 144 +25x2 = 169x = \pm169x= 13$

إذن المسافة المباشرة بين الميناء ونقطة النهاية تساوي 13Km

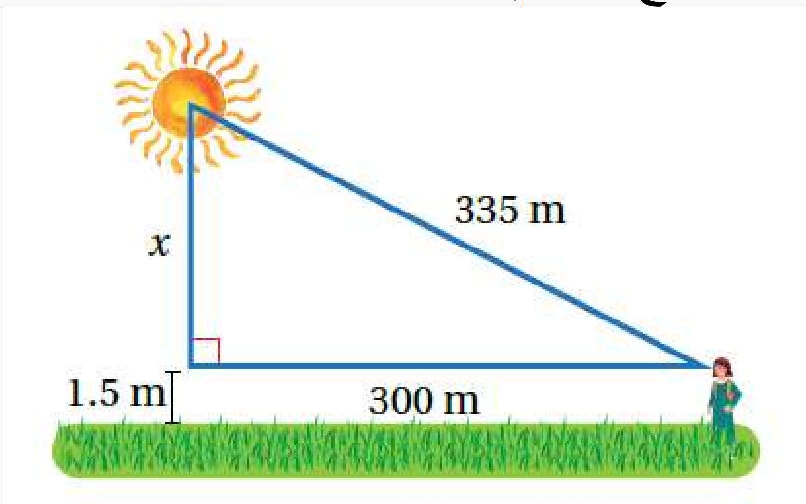
ولإيجاد المسافة الكلية التي قطعتها السفينة ، سنقوم بإيجاد مجموع المسافات$12 + 5 + 13 = 30km$

(12أجدُ المسافةَ الّتي تختصرُها السفينةُ لَوْ أبحرَتْ مباشرةً مِنَ النقطةِ A إلى النقطة C ذهاباً وإياباً

لإيجاد المسافة التي تختصرها سنجد الفرق بين المسافة التي قطعتها والمسافة المباشرة ذهاباً وإياباً

المسافة المباشرة ستساوي 13 ذهاباً، 13 إيابًا ، أي Km26
أما المسافة غير المباشرة تساوي 17 = 15 + 12 ذهاباً وكذلك 17 إياباً ، بمجموع 34
والفرق بين المسافتين هو 34-28 = 8km

13) ألعابٌ ناريّةٌ: رصدَتْ بثينةُ عرضًا للألعابِ الناريةِ على بُعدِ 335 m مثلما يظهر في الشكل المجاور .أجدُ ارتفاعَ الألعابِ الناريةِ عَنْ سطح الأرضِ.

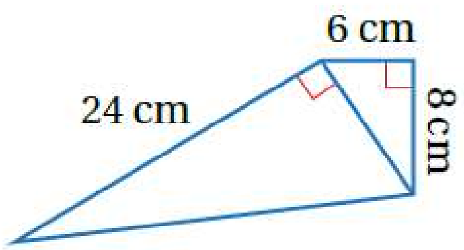


الحل:

سنجد قيمة x ثم نضيف لها 1.5 كما في الشكل.
واضح من الشكل أنه مثلث قائم الزاوية ـ وبالتالي يمكن استخدام فيثاغورس كالتالي:

$c2=x2+b23352=x2+3002112225 = x2 +90000x2 = 112225 - 90000x2=22225x = \pm 22225x \approx \pm 149x= 149x= 149 + 1.5 = 150.5m$

14) أجدُ محيطَ الشكلِ المجاورِ.



ملاحظة مساعدة للحل : محيط الشكل يساوي مجموع أطوال أضلاعه.
سنفرض وتر المثلث الصغيرx
ونجد قيمته باستخدام فيثاغورس.

$x2=a2+b2x2=62+82x2 = 36 +64x2 = 100x = \pm100x= \pm10x= 10$

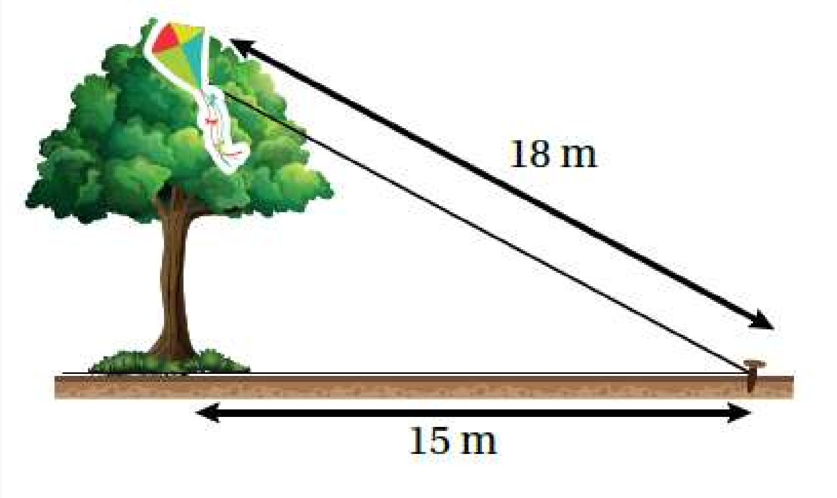
نلاحظ أن الضلع x هو أحد أضلاع المثلث الكبير لذلك سنستخدمه في إيجاد طول الضلع الثالث في المثلث الكبير والذي سنفرضه y .

$y2=x2+b2y2=102+242y2 = 100 +576y2 = 676 y = \pm676y =\pm26y=26$

الآن نجد المحيط وذلك بجمع أطوال أضلاع المثلثين (الخارجية):)

$8+6+24+26 =64cm$

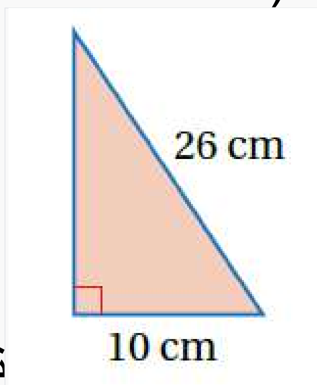
15)علقَتْ طائرةُ عبدِ اللهِ الورقيةُ أعلى شجرةٍ، فربطَ الخيطَ في وتدٍ على الأرضِ يبعدُ 15 m، عَنْ قاعدةِ الشجرةِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ. إذا كانَ طولُ خيطِ الطائرةِ 18 m، فأجد ارتفاع الشجرة.



الشجرة مع الأرض وخيط الطائرة يشكلون مثلث قائم الزاوية ، وبالتالي يمكن استخدام فيثاغورس كالتالي:

$c2=a2+b2182=a2+152324 = x2 +225x2 =324 - 225x2=99x =\pm 99x\approx \pm 9.95x\approx 9.95$

16) أجدُ مساحةَ المثلثِ المجاورِ.



تذكر:

مساحة المثلث × 12 = A = القاعدة × الارتفاع.

وحتى نجد المساحة يجب أن نجد الارتفاع باستخدام فيثاغورس كالتالي:

$c2=a2+b2262=102+b2676 = 100 + b2b2 = 676 - 100b2=576b = \pm 576b=\pm 24b=24$

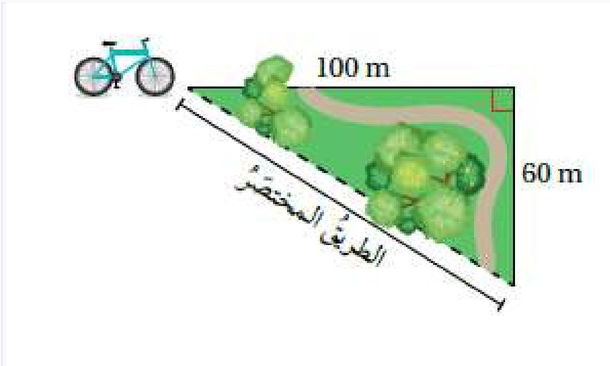
إذن الارتفاع يساوي 24.

والآن يمكننا إيجاد المساحة كالتالي:

A=12 × القاعدة × الارتفاع =12×10×24 =120 Cm2

(17أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

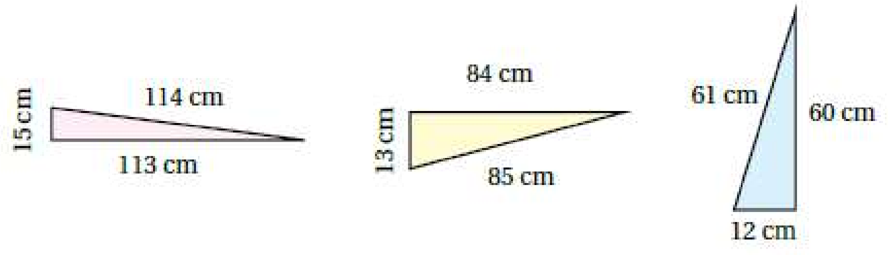
أستكشف : أرادَ خالدٌ الخروجَ من الحديقة راكبًا دراجتَهُ الهوائية ماراً بالطريقِ المختصَرِ كما يظهر في الشكلِ المجاورِ. ما طولُ الطريقِ المختصَرِ؟



الطريق المختصر يشكل وتراً لمثلث قائم الزاوية ، لذا سنستخدم فيثاغورس كالتالي :

$c2=a2+b2c2=602+1002c2 = 3600 + 1000c2 = 13600c = \pm 13600c \approx \pm 116.6c \approx 116.6\ m$

(18اكتشف المختلفَ: أيُّ المثلثاتِ الآتيةِ مختلفٌ؟ أبرّرُ إجابتي:



لاكتشاف المثلث المختلف سنختبر المثلثات الثلاثة باستخدام فيثاغورس.

1) المثلث الأيسر:

$c2=a2+b2$1142=152+113212996 = 225 +12769

12996≠12994

وعليه فإن هذا المثلث ليس قائماً.

2) المثلث الأوسط

$c2=a2+b2$852=132+8427225= 169 +70567225

=7225

وعليه فإن المثلث الأوسط قائم الزاوية.

3) المثلث الأيمن :

$c2=a2+b2$612=602+1223721= 3600 +1443721≠

3744

إذن المثلث الأيمن ليس مثلثاً قائماً.

إذن ، المثلث الوحيد المختلف هو المثلث الأوسط لأنه مثلث قائم الزاوية.

(19مسألةٌ مفتوحةٌ : ثلاثيّاتُ فيثاغورسْ هِيَ مجموعاتٌ مِنْ ثلاثةِ أعدادٍ موجبةٍ a و b و c K تحققُ نظريةَ فيثاغورسْ؛ أيْ تشكّلُ أطوالَ لمثلثٍ قائمِ الزاويةِ. مثلً 3 ،4 ،5 .أجد مجموعتين من ثلاثيات فيثاغورس.

الحل:

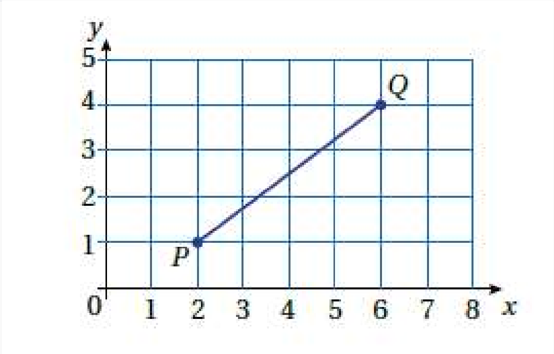
يوجد الكثير من الثلاثيات التي يمكن أن تحقق فيثاغورس على سبيل المثال -لا الحصر: -

6و 8 و 10

وأيضاً

5و 12 و 13

(20تحدّ : في الشكل الآتي أجد طول PQ مِنْ دونِ استعمالِ المسطرةِ .



الحل :

نلاحظ من التمثيل البياني : (حيث كل مربع يمثل وحدة طول)

أن طول الساق السفلي(الأفقي) يساوي 4 وحدات ، وطول الساق العلوي(العمودي) يساوي 3 وحدات.

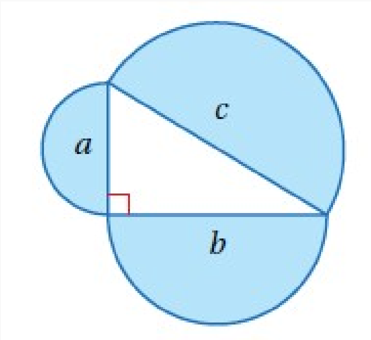
وعليه فإن PQ يمثل وتر لمثلث قائم الزاوية.

لذا نستخدم قانون فيثاغورس كالتالي :

$pq2 = a2 + b2$ $pq2$ =33+42 $pq2$ = 9 +16$pq2$= 25

pq = 5

21) تبريرٌ: أقارنُ بَيْنَ مساحةِ نصفِ الدائرةِ الكبيرةِ ومساحةِ



نصفَيِ الدائرتَينِ الصغيرتَينِ، مبررًا إجابتي .

تذكر : قانون مساحة الدائرة A=πr2 حيث r نصف القطر.

بما أن المثلث قائم الزاوية إذن $c = a2+ b2$:

مساحة نصف الدائرة الكبرى: c

: A =12π r2 = 12π×(12c)2 = 12π ×14c2 = 18π c2 = 18π(a2 +b2)2 = 18π(a2 +b2)= 18πa2 + 18πb2

مساحة نصف الدائرة: a

A =12π r2 = 12π×(12a)2 = 1 2π ×14a2 = 18 πa2

مساحة نصف الدائرة: b

A =12π r2 = 12π×(12b)2 = 1 2π ×14b2 = 18 πb2

نلاحظ أن مساحة نصف الدائرة الكبرى يساوي مجموع مساحتي نصفي الدائرتين الصغيرتين.

---

22) أكتبُ كيفَ أجدُ طولَ ضلع مجهولً في مثلثٍ قائمِ الزاويةِ باستخدامِ نظريةِ فيثاغورس.

الحل :

نقوم باستخدام قانون فيثاغورس :

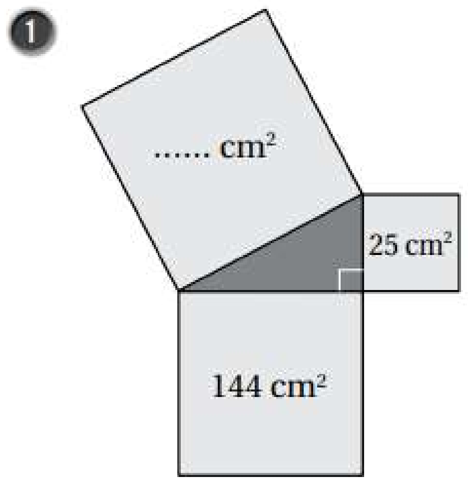
حيث $c^2 = a^2 + b^2$:

c الوتر (أطول ضلع وهو المقابل للزاوية القائمة)

a , b الساقان المتبقيان.

أسئلة كتاب التمارين:

أجدُ المساحةَ المفقودةَ في كلِّ ممّا يأتي:



ملاحظة مساعدة في الحل :

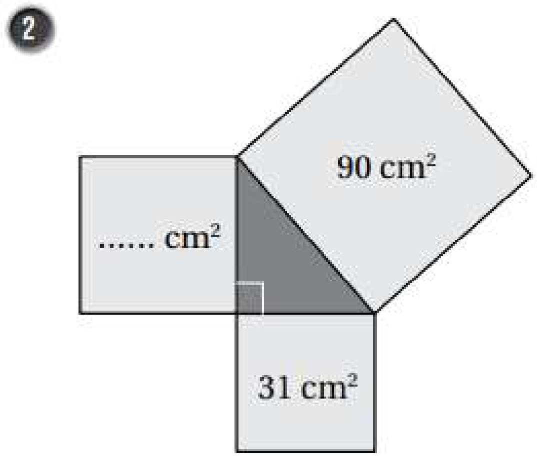
قانون فيثاغورس يستخدم لحساب مساحة المربعات المرسومة فوق أضلاع المثلث قائم الزاوية حيث :

c^2 هي مساحة المربع المرسوم فوق الوتر.

$a2$هي مساحة المربع المرسوم فوق أحد الساقين

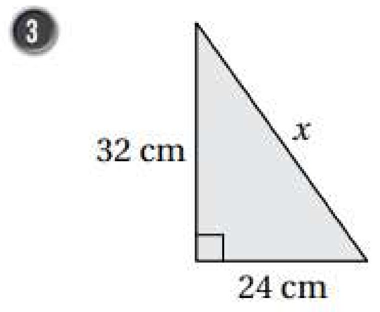
$b2$هي مساحة المربع المرسوم فوق الساق الآخر

$c2 = a2 + b2$ $c2$=25+144 $c2$=169

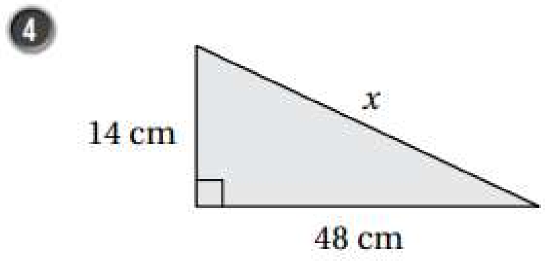


$c2 = a2 + b2$ 90= $a2$+31$a2$=90-31$a2$=59

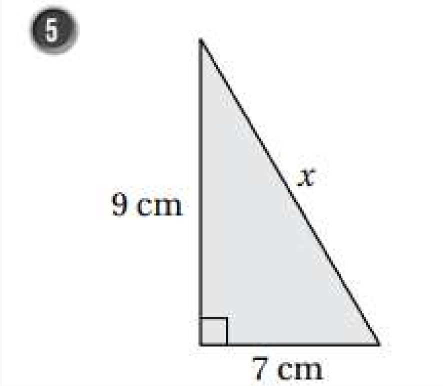
أجدُ قيمةَ x في كلٍّ ممّا يأتي :



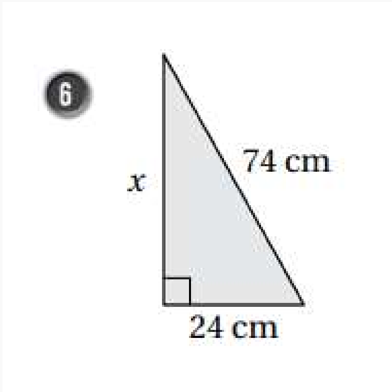
$c2=a2+b2x2 = 322+242x2=1024 +576x2=1600$
$x=40$



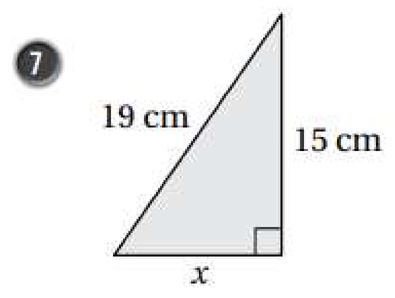
$c2=a2+b2x2 =142+482x2=196 +2304x2=2500x$
$=50$



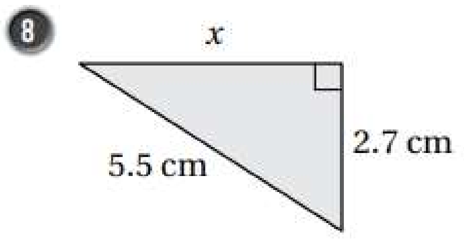
$c^2=a^2+b^2$ $x^2=9^2+7^2$ $x^2=81+49$ $x^2=130$ $x=130$ $x\approx 11.4$



$c^2=a^2+b^2$ $74^2=24^2+x^2$ $5476=576+x^2$ $x^2=5476-576$ $x^2=4900$ $x=70$

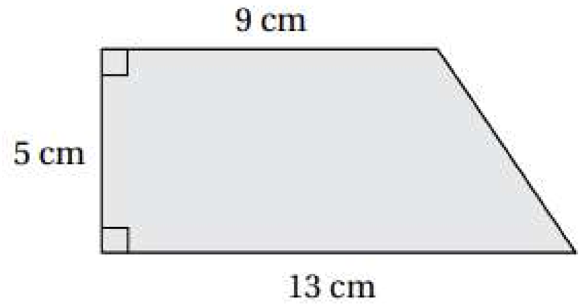


$c2=a2+b2192 =152+x2361=225 +x2x2=361-225x2=136x=136x \approx 11.66$



$c2=a2+b25.52 =2.72+x230.25=7.29 +x2x2= 30.25-7.29x2=22.96x \approx 4.8$

9) أجدُ محيطَ شبهِ المنحرفِ المجاورِ، مقربًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

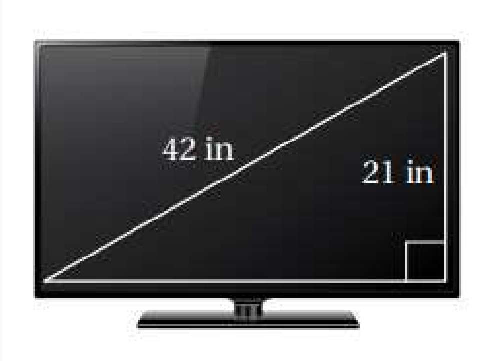


ملاحظة : من الواضح أن الشكل المجاور يتكون من مستطيل + مثلث قائم
محيط شبه المنحرف : مجموع أطوال أضلاعه.
ينقصنا ضلع وحيد وهو الضلع الأيمن (والذي يشكل وتراً لمثلث قائم الزاوية)

ولإيجاد وتر المثلث نستخدم فيثاغورس
حيث طول الساق السفلي لهذا المثلث يساوي : 13-9=4
وطول الساق القائم يساوي 5
الآن نطبق على فيثاغورس:
$c2=a2+b25.52 =52+42x2=25 +16x2= 41x2=41x$ ≈ 6.4
الآن نجد مجموع أطوال أضلاع شبه المنحرف:

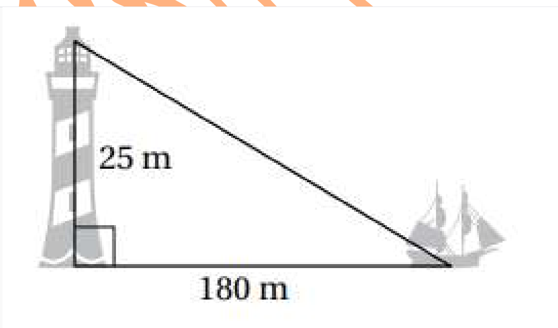
13+9 +5 +6.4 =33.4

10) أجدُ طولَ شاشةِ التلفازِ المجاورِ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



لإيجاد طول الشاشة نستخدم فيثاغورس

,
$c2=a2+b2422=212+b21764=441+b2b2=1764-441b2=1323b2=1323b\approx36.37$

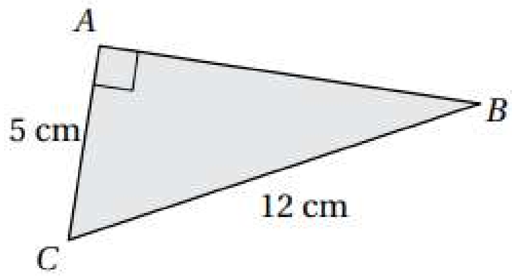


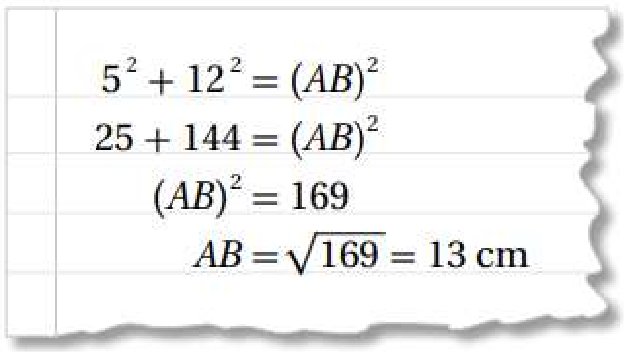
11) منارةٌ: ترتفعُ غرفةُ مراقبٍ في منارةٍ 25 mعن سطح الأرض ، أجد المسافةَ بَيْنَ غرفةِ المراقبةِ وسفينةٍ تبعدُ عَنْ قاعدةِ المنارةِ 180. m

لإيجاد المسافة بين رأس المنارة والسفينة ، نستخدم فيثاغورس.
$c2=a2+b2c2=252+1802c2=625+32400c2=33025c2=33025c\approx181.7$

---

12)أكتشفُ الخطأَ: أوجدَتْ بيانُ طولَ الضلع AB في الشكلِ المجاورِ، فكانَ حلُّها كالآتي:
أجدُ الخطأَ في حلِّ بيانَ، وأصحّحُهُ.





$$5^2 + 12^2 = (AB)^2$$
$$25 + 144 = (AB)^2$$
$$(AB)^2 = 169$$
$$AB = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

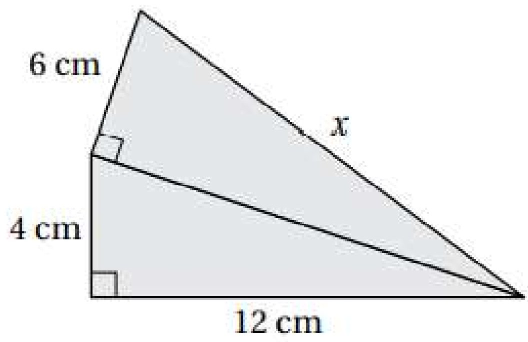
الحل : الخطأ الذي وقعت به بيان أنها اعتبرت AB وتراً ، وبالتالي نتيجة الحل ستكون خاطئة.

والحل الصحيح هو :

$c2=a2+b2122 =52+AB2144=25 +AB2AB2=144-25AB2=119AB=119AB \approx 10.9$

---

13)تحدٍّ: أجدُ الطولَ x في الشكل المجاور:



الحل : نبدأ أولا بإيجاد طول الوتر للمثلث السفلي:

$c2=a2+b2c2 =122+42c2=144 +16c2=160c=160$

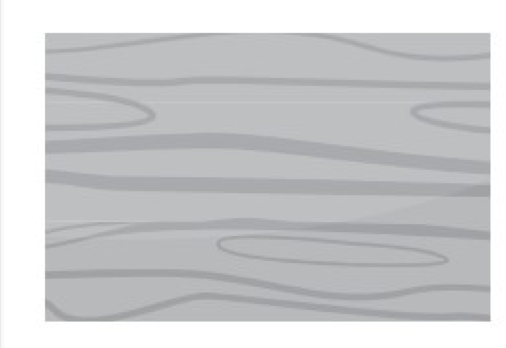
$c \approx 12.65$

نلاحظ أن : طول الوتر للمثلث السفلي هو طول الساق الأفقي للمثلث العلوي ، وعليه سنستخدم فيثاغورس لإيجاد قيمة x.

$c2=a2+b2x2 =62+12.652x2=36 +160x2=196x=$
$196x =14$

---

14) تحدٍّ: يملكُ نجارٌ قطعةً خشبيةً، ويريدُ التحققَ مِنْ أنَّ جميعَ زواياها قائمةٌ، ولايملكُ إلا مسطرةً طويلةً وقلمَ رصاصٍ. أقترحُ



طريقةً أساعدُ بها النجارَ في ذلكَ

يمكنه قياس:

1- طول قطر هذه القطعة ،

2 طول وعرض هذه القطعة

ثم يستخدم قانون فيثاغورس ليرى هل مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الساقين المتبقيين.

وهكذا يمكن إثبات إن كانت الزاوية قائمة أم لا.
